

$$\sum_{i=1}^k a_i = \sum_{i=2}^k a_i + a_1$$

$$0 = \sum_{i=1}^k a_i = a_1 + \sum_{i=2}^k a_i \stackrel{(**)}{=} a_1 + a_1 = 2a_1$$

Zatem  $a_1 = 0$

Analogiczne rozumowanie przeprowadzamy dla  $x_1, x_2 \in (c_i, c_{i+1})$  gdzie  $i \in \{1, \dots, k\}$

Otrzymujemy że  $a_1 = a_2 = \dots = a_{k-1} = 0$

Zatem  $a_k |x - c_k| = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow a_k = 0$

Zatem układ  $f_{c_1}, \dots, f_{c_k}$  jest liniowo niezależny.

$C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  nie ma przeliczalnej bazy, ponieważ:

- $F \subseteq C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$
- $F$  posiada nieprzeliczalną ilość elementów ponieważ  $|\mathbb{R}| = \mathfrak{c}$
- każdy podzbiór  $F$  jest niezależny liniowo.

Z Tw. Steinitza ~~jest~~ jeśli  $V \subseteq W$  to  $\dim V \leq \dim W$  zatem.

Nie istnieje przeliczalna baza  $C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  gdyż  $F \subseteq C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  jest nieprzeliczalny ~~pr~~ niezależny liniowo nieskończonej przestrzeni wektorowej