

$$iii) (a, b) = ab + a + b$$

$$i) (a \heartsuit b) \heartsuit c \stackrel{?}{=} a \heartsuit (b \heartsuit c)$$

$$(a \heartsuit b) \heartsuit c = (ab + a + b) \heartsuit c = abc + ac + bc + ab + a + b = \\ = a \heartsuit (bc + b + c) = a \heartsuit (b \heartsuit c)$$

Zatem \heartsuit jest działaniem łącznym

$$ii) (a \heartsuit b) \stackrel{?}{=} (b \heartsuit a)$$

$$\text{TAKI} (a \heartsuit b) = ab + a + b = ba + b + a = (b \heartsuit a)$$

c) Element neutralny

Pokażę, że element neutralny istnieje i jest równy 0

$$(a \heartsuit e) = (e \heartsuit a) \quad \text{z przemienności}$$

$$(a \heartsuit e) = a \cdot e + a + e = a \cdot 0 + 0 + a = a \quad \text{co należało pokazać}$$

d) Istnienie elementu odwrotnego

$$a \heartsuit b = e = 0$$

$$ab + a + b = 0$$

$$b = -\frac{a}{a+1} \quad \text{dla } a \neq -1$$

Zatem $\forall a: a \neq -1$ istnieje element odwrotny $b = -\frac{a}{a+1}$

PUNKTACJA 1pkt : zadanie rozwiązane poprawnie przy czym dopuszczalnym (nie) błęd / błędny w dowodzeniu lub gdy jeden podpunkt został zrobiony źle

wpp

0,25pkt za każdy podpunkt w którym zrobiono 2/4 v 3/4 części. Tu ilość części wystarczająca do otrzymania 0,25pkt niezależnie od tego czy jeden błąd nie był konsekwencją innego