

Analiza Matematyczna I.1, kolokwium poprawkowe

10 marca 2014, 16:15 — 19:15

Rozwiązania różnych zadań należy napisać na różnych kartkach, bo sprawdzą je różne osoby. Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU imieniem i nazwiskiem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów, telefonów komórkowych ani innego sprzętu elektronicznego; jeśli ktoś ma, należy wyłączyć i schować! Nie dotyczy rozruszników serca.

Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i NALEŻY powoływać się na twierdzenia, które zostały udowodnione na wykładzie lub na ćwiczeniach.

Zadanie 1. Znaleźć kresy zbioru A , jeśli

$$A = \left\{ \left\lfloor \frac{2014n - \sqrt{k}}{n + 2014k} \right\rfloor : n, k \in \mathbb{Z}, n, k \geq 10000 \right\}.$$

Zadanie 2. Ciąg (x_n) jest określony rekurencyjnie: $x_0 = a$, $x_{n+1} = \frac{1}{8}(4x_n^2 + 3)$.

Dla jakich $a \in (0, \infty)$ ciąg ma granicę?

Obliczyć $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ w zależności od wyrazu początkowego $x_0 = a \in (0, \infty)$.

Zadanie 3. Obliczyć $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{13} + \frac{1}{23} + \frac{1}{33} + \dots + \frac{1}{10n+3}}{\ln(10n) - \frac{n+2}{3n+1}}$.

Zadanie 4. Znaleźć wszystkie liczby $a > b > 0$, dla których szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\ln(n^a + n^b) - \ln(n^a - n^b))$$

jest zbieżny.

Zadanie 5. Dla jakich $\alpha > 0$ i dla jakich $x \in \mathbb{R}$ szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n + \frac{1}{n}} - \sqrt{n - \frac{1}{n}} \right)^{\alpha} x^n$$

jest zbieżny?

Zadanie 6. Zbadać zbieżność szeregu $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{\lfloor (n^3 + 1)/(7n^2) \rfloor} \cdot \frac{\ln n}{n}$.
