AM1.1 — zadania domowe 7, termin 15 grudnia (wtorek).

1. Zbadać zbieżność szeregu $\sum \frac{e^n \cdot n!}{n^n}$.

2. Niech $\binom{a}{0} = 1$ dla każdego $a \in \mathbb{R}$ oraz $\binom{a}{n} = \frac{a}{1} \cdot \frac{a-1}{2} \cdot \frac{a-2}{3} \cdot \ldots \cdot \frac{a-n+1}{n}$ dla każdej dodatniej liczby całkowitej n i każdego $a \in \mathbb{R}$. Zbadać zbieżność szeregów $\sum \binom{a}{n}$ oraz $\sum (-1)^n \binom{a}{n}$ w zależności od $a \in \mathbb{R}$.

3. Dowieść, że jeśli (a_n) jest ściśle rosnącym ciągiem liczb dodatnich, to szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{a_n}{a_{n+1}}\right)$ jest zbieżny wtedy i tylko wtedy, gdy ciąg (a_n) jest ograniczony.

4. Dowieść, że szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ jest bezwzględnie zbieżny wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego ciągu (b_n) zbieżnego do 0 szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ jest zbieżny.

5. Czy szereg $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\lfloor \ln n \rfloor} \frac{1}{n}$ jest zbieżny?