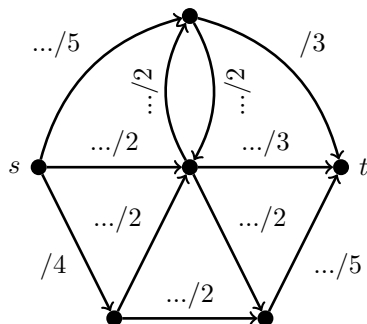


Imię i nazwisko

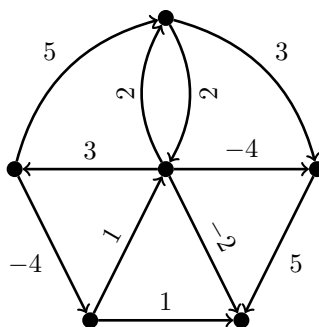
Egzamin z algorytmiki 03.07.2018 – test (90 minut)

UWAGA: Należy koniecznie krótko uzasadniać swoje odpowiedzi.

1. (0...3 pt.) Na poniższym rysunku napis \dots/c oznacza, że dana krawędź ma przepustowość c .
 - (0...1 pt.) Wpisz w puste miejsca na rysunku dowolny maksymalny (s, t) -przepływ.
 - (0...1 pt.) Zaznacz na rysunku dowolny minimalny (s, t) -przekrój.
 - (0...1 pt.) Podaj wartość przepływu który zostanie znaleziony po jednej iteracji algorytmu Dinica.



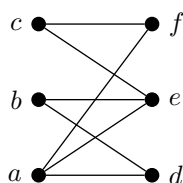
2. (0..2 pt.) Znajdź dowolną funkcję potencjału dla poniższego grafu. (Wartości potencjału wpisz obok wierzchołków.)



3. (0...4 pt.) Czy poniższe problemy są NP-zupełne (o ile $P \neq NP$)? Odpowiedz TAK/NIE i krótko uzasadnij, podając redukcję (bez uzasadnienia równoważności) lub algorytm (bez dowodu poprawności).

- (0...2 pt.) Dana jest sieć przepływowa (G, c, s, t) , gdzie $c : E \rightarrow \mathbb{Z}_+$, dwie funkcje $p, q : E \rightarrow \mathbb{Z}$, oraz liczby $x, y \in \mathbb{Z}$. Dla funkcji $r : E \rightarrow \mathbb{Z}$ oraz przepływu f , liczbę $\text{cost}_r(f) = \sum_{e: f(e) > 0} f(e)r(e)$ nazywamy r -kosztem przepływu f . Czy istnieje przepływ f o wartości x , taki, że $|\text{cost}_p(f) - \text{cost}_q(f)| \leq y$?
- (0...2 pt.) Dana formuła φ w postaci 3-CNF taka, że więcej niż $2/3$ pojawiających się w niej literalów jest pozytywnych. Czy φ jest spełnialna?

4. (0...3 pt.) Algorytm Lovasza (randomizowany z wykładu) sprawdza, czy dany graf dwudzielny ma doskonałe skojarzenie, przez sprowadzenie tego problemu do testowania niezerowości pewnego wielomianu. Podaj wielomian odpowiadający poniższemu grafowi.



5. (0...3 pt.) Niech $G = (V, E)$ będzie grafem pełnym nieskierowanym z nieujemnymi wagami na krawędziach $w : E \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$. Poniższy program liniowy modeluje problem k -mediany: znaleźć zbiór $S \subseteq V$ mocy k , który minimalizuje sumę odległości wierzchołków V od S , tzn. $\sum_{v \in V} \min_{s \in S} w(sv)$. Podaj program dualny.

$$\begin{array}{ll} \min & \sum_{v,w \in V} w(vw)x_{vw} \\ \forall v \in V & \sum_{w \in V} x_{vw} \geq 1 \\ \forall v, w \in V & x_{vw} \leq y_w \\ & \sum_{w \in V} y_w \leq k \\ \forall v, w \in V & x_{vw} \geq 0 \\ \forall v \in V & y_v \geq 0 \end{array}$$

6. (0..5 pt.) Rozważmy problem komiwojażera w n -wierzchołkowym grafie pełnym ($n \geq 100$), w którym wagi na krawędziach są liczbami ze zbioru $\{1, \dots, n + 2\}$ (nie zakładamy żadnych dodatkowych własności). Jeśli $P \neq NP$, to czy ten problem ma algorytm

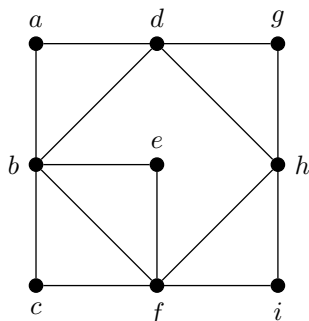
- $\frac{3}{2}$ -aproxymacyjny?
- 2-aproxymacyjny?
- $0.99n$ -aproxymacyjny?
- $n + 2$ -aproxymacyjny?

Odpowiedzi krótko uzasadnij.

7. (0...3 pt.) Jaki najlepszy / najgorszy współczynnik aproxymacji może osiągnąć algorytm prymalno-dualny dla problemu minimalnego ważonego pokrycia wierzchołkowego, dla cyklu długości 4 z wagami na wierzchołkach (w porządku cyklicznym) 2, 3, 2, 3? Odpowiedź krótko uzasadnij (opisz przebieg algorytmu).

8. (0...3 pt.) Rozważmy graf G który otrzymamy z kliky K_n ($n \geq 100$) po dodaniu nowego wierzchołka i połączeniu go z jednym, dowolnym wierzchołkiem kliky. Na wejściu do algorytmu $2k$ -kernelizacyjnego dla problemu VERTEX COVER (z wykładu) podano graf G i liczbę $k = n - 1$. Jaki graf pojawi się na wyjściu?

9. (0...3 pt.) Jaka jest szerokość drzewowa poniższego grafu? Wskaż odpowiednią dekompozycję drzewową. (Nie musisz uzasadniać, że szerokość nie może być mniejsza.)



10. (0...1 pt.) W jakim czasie można obliczyć wynik mnożenia dwóch danych liczb n -bitowych? (W tym punkcie nie musisz uzasadniać odpowiedzi.)