

## Klasa złożoności NP

1. Pokaż, że każdy z problemów rozważanych na poprzednich zajęciach jest w klasie NP. Możesz odpuścić Integer Linear Programming, ale za to udowodnij, że Linear Programming jest w NP.
2. Pokaż, że 2-CNF-SAT  $\in \mathbf{P}$  (najlepiej algorytmem liniowym)
3. (**Samoredukowalność**) Dla każdego z poniższych problemów podaj algorytm, który konstruuje rozwiązanie (wartościowanie spełniające lub cykl Hamiltona o ile istnieją, zbiór wierzchołków) za pomocą wielomianowej liczby odwołań do wyroczeni rozwiązującej problem decyzyjny.
  - (a) SAT,
  - (b) najliczniejszy zbiór niezależny,
  - (c) cykl Hamiltona,
  - (d) kolorowanie.
4. Udowodnij, że każdy problem z NP ma algorytm działający w czasie  $O(2^{n^k})$ , gdzie  $n$  jest rozmiarem egzemplarza problemu, a  $k$  stałą zależną od problemu.
5. Klasa **co-NP** to klasa problemów, których dopełnienie jest w NP. Udowodnij, że
  - (a)  $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NP} \cap \mathbf{co-NP}$ ,
  - (b) TAUTOLOGY  $\in \mathbf{co-NP}$  (sprawdzenie, czy dana formuła logiczna rachunku zdań jest tautologią),
  - (c) PRIMES  $\in \mathbf{co-NP}$  (sprawdzenie, czy dana liczba zapisana binarnie jest pierwsza).
  - (d) INTEGER FACTORIZATION  $\in \mathbf{NP} \cap \mathbf{co-NP}$  (dla danych liczb  $n, m$  sprawdzić czy  $m$  ma czynnik pierwszy mniejszy niż  $n$ ). Wskazówka: użyj twierdzenia, że PRIMES  $\in \mathbf{P}$ .
6. Czy problem zbioru niezależnego w grafach *dwudzielnych* NP-zupełny czy wielomianowy? Pokaż redukcję lub algorytm wielomianowy.