

NP-trudność

Udowodnij NP-trudność następujących problemów.

SUBGRAPH ISOMORPHISM

Wejście: Grafy nieskierowane G i H

Pytanie: Czy G zawiera podgraf izomorficzny z H ? Tzn. czy istnieje funkcja różnowartościowa $i : V(H) \rightarrow V(G)$ taka że dla dowolnej krawędzi $xy \in E(H)$ mamy $i(x)i(y) \in E(G)$?

HAMILTONIAN CYCLE

Wejście: Graf nieskierowany G

Pytanie: Czy G zawiera cykl Hamiltona?

SET COVER

Wejście: Rodzina zbiorów S_1, \dots, S_m oraz liczba k

Pytanie: Niech $U = S_1 \cup \dots \cup S_m$. Czy można wybrać k zbiorów S_{i_1}, \dots, S_{i_k} tak, że $S_{i_1} \cup \dots \cup S_{i_k} = U$?

SUBSET SUM

Wejście: Zbiór $A \subseteq \mathbb{N}$ oraz liczba s

Pytanie: Czy istnieje podzbiór $A' \subseteq A$ taki, że $\sum_{j \in A'} j = s$?

SET PARTITION

Wejście: Zbiór $A \subseteq \mathbb{N}$

Pytanie: Czy A można podzielić na dwie połowy, tzn. czy istnieje podzbiór $A' \subseteq A$ taki, że $\sum_{j \in A'} j = \sum_{j \in A \setminus A'} j$?

BIN PACKING

Wejście: Rozmiary przedmiotów $s_1, \dots, s_n \in \mathbb{Q} \cap [0, 1]$ oraz liczba $k \in \mathbb{N}$

Pytanie: Czy te przedmioty można zapakować do k pudełek rozmiaru 1?

KNAPSACK

Wejście: Rozmiary przedmiotów $s_1, \dots, s_n \in \mathbb{N}$, ceny przedmiotów $p_1, \dots, p_n \in \mathbb{N}$, rozmiar plecaka $s \in \mathbb{N}$ oraz liczba $p \in \mathbb{N}$.

Pytanie: Czy można wybrać przedmioty o łącznej cenie co najmniej p tak, żeby mieściły się w plecaku?

INTEGER LINEAR PROGRAMMING

Wejście: Układ nierówności $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$.

Pytanie: Czy ten układ jest niesprzeczny w liczbach całkowitych?

Not-All-Equal SAT i pochodne

Poniższe cztery problemy służą pokazaniu linii redukcji dla problemów, gdzie odwrócenie rozwiązania do góry nogami też jest rozwiązaniem.

NAE 4-SAT

Wejście: Formuła w postaci 4-CNF

Pytanie: Czy istnieje takie wartościowanie α , że w każdej klauzuli jest co najmniej jeden literal prawdziwy i co najmniej jeden fałszywy?

NAE 3-SAT

Wejście: Formuła w postaci 3-CNF

Pytanie: Czy istnieje takie wartościowanie α , że w każdej klauzuli jest co najmniej jeden literal prawdziwy i co najmniej jeden fałszywy?

SET SPLITTING

Wejście: Uniwersum U i rodzina podzbiorów $\mathcal{F} \subseteq 2^U$

Pytanie: Czy istnieje $X \subseteq U$ taki, że $X \cap A \neq \emptyset$ i $A \setminus X \neq \emptyset$ dla każdego $A \in \mathcal{F}$?

MAX CUT

Wejście: Graf G i liczba k

Pytanie: Czy można podzielić $V(G) = A \uplus B$ by $|E(A, B)| \geq k$?