Algorytmy parametryzowane

Branching

1. W problemie TRIANGLE HITTING mamy dany graf nieskierowany G i liczbę $k \in \mathbb{N}$. Należy stwierdzić, czy istnieje podzbiór $S \subseteq V$ mocy k taki, że każdy trójkąt w G ma wierzchołek w S. Podaj algorytm parametryzowany dla problemu TRIANGLE HITTING, gdzie parametrem jest rozmiar rozwiązania k.

2. W problemie FEEDBACK ARC SET dany jest graf skierowany G i liczba $k \in \mathbb{N}$. Należy stwierdzić, czy można usunąć k krawędzi tak, aby powstały graf nie zawierał cykli. Turniejem nazywamy dowolną orientację kliki. Podaj algorytm parametryzowany dla tego problemu ograniczonego do turniejów, gdzie parametrem jest rozmiar rozwiązania k.

3. W problemie CLOSEST STRING mamy dane n słów s_i długości m oraz liczbę $d \in \mathbb{N}$. Należy stwierdzić, czy istnieje słowo w długości n takie, że dla każdego $i = 1, \ldots, n$ jest $H(s_i, w) \leq d$, gdzie $H(x, y)$ jest liczbą pozycji na których różnią się x i y. Parametrem jest d. Podaj algorytm parametryzowany o złożoności $d^{O(d)} n^{O(1)}$.

Kernelizacja

4. W problemie POINT LINE COVER mamy dany zbiór S punktów na płaszczyźnie oraz liczbę $k \in \mathbb{N}$. Należy stwierdzić czy istnieje k prostych które pokrywają wszystkie punkty. Podaj dowolne wielomianowe jądro.

5. W problemie SET SPLITTING mamy daną rodzinę zbiorów $\mathcal{F} \subseteq 2^U$ oraz liczbę k. Należy stwierdzić czy istnieje kolorowanie $c : U \to \{0, 1\}$ takie, że co najmniej k zbiorów jest 2-kolorowych. Parametrem jest k. Podaj dowolne wielomianowe jądro.

6. W problemie CONNECTED VERTEX COVER mamy dany graf nieskierowany G i liczbę k. Należy stwierdzić czy istnieje w G pokrycie wierzchołkowe S mocy co najwyżej k takie, że $G[S]$ jest spójny. Pokaż jądro wielkości $2^k + \mathrm{poly}(k)$ dla problemu CONNECTED VERTEX COVER.

7. Problem PLANAR CONNECTED VERTEX COVER to CONNECTED VERTEX COVER ograniczony do grafów planarnych. Parametrem jest k. Podaj jądro o $O(k)$ wierzchołkach dla PLANAR CONNECTED VERTEX COVER (zauważ, że graf na wyjściu też musi być planarny!). Wskazówki:

   a) Pokaż, że jeśli wierzchołek v stopnia 2 nie jest punktem artykulacji to jeśli istnieje rozwiązanie, to istnieje też takie rozwiązanie które nie zawiera v.

   b) Korzystając z a) wyeliminuj wierzchołki stopnia ≤ 2,

   c) W otrzymanej instancji rozważmy rozwiązanie S. Pokaż, że $|V \setminus S| < 2k$, korzystając z tego, że w dwudzielnym grafie planarnym o n' wierzchołach jest mniej niż $2k$ krawędzi.