

Potęga punktu względem okręgu

1. Cięciwy AB i CD pewnego okręgu przecinają się w punkcie P . Wyznacz długość cięciwy AB wiedząc, że $AP = 2$, $CP = 3$, $DP = 4$.
2. Dane są dwa rozłączne zewnętrznie okręgi. Wykaż, że środki odcinków ich wspólnych stycznych leżą na jednej prostej.
3. Okręgi Γ_1 i Γ_2 są rozłączne zewnętrznie. Wspólne styczne, nierozdzielające ich, styczne są do Γ_1 w punktach A i B , a do Γ_2 — odpowiednio w C i D . Odcinek AD przecina okręgi Γ_1 i Γ_2 odpowiednio w punktach E i F . Wykaż, że $AE = DF$.
4. Na kartce narysowano łuk okręgu, którego środek jest poza kartką, oraz punkt P na zewnątrz tego okręgu. Skonstruuj punkty styczności okręgu z prostymi przechodzącymi przez punkt P wiedząc, że punkty te, wraz z pewnym ich otoczeniem, mieszczą się na kartce.
5. Dwa okręgi przecinają się w punktach A i B . Prosta k jest styczna do pierwszego w punkcie M , a do drugiego w punkcie N . Udowodnij, że prosta AB dzieli odcinek MN na dwie równe części.
6. Przez punkt P , leżący na wspólnej cięciwie AB dwóch przecinających się okręgów, poprowadzono cięciwę KM pierwszego okręgu i cięciwę LN drugiego. Wykaż, że na czworokącie $KLMN$ można opisać okrąg.
7. Punkty P , A , B leżą w tej kolejności na prostej. Wyznacz zbiór punktów styczności prostych przechodzących przez punkt P do okręgów przechodzących przez punkty A i B .
8. W trójkącie ostrokątnym ABC wysokość z wierzchołka A przecina okrąg o średnicy BC w punktach K i L , a wysokość z wierzchołka B przecina okrąg o średnicy AC w punktach M i N . Wykaż, że punkty K , L , M , N leżą na jednym okręgu.
9. Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg. Punkt E jest środkiem cięciwy AC oraz $\angle AEB = \angle AED$. Wykaż, że $BE \cdot DE = AE^2$.
10. Punkty A i B leżą po różnych stronach prostej k . Skonstruuj taki okrąg, przechodzący przez punkty A i B , aby długość jego cięciwy CD wyznaczonej przez prostą k była minimalna.