Przedmiot: **Jakościowa teoria równań różniczkowych zwyczajnych**
Typ zajęć: wykład 30 godzin + ćwiczenia 30 godzin
Cel zajęć: Przedstawienie podstawowych metod jakościowej analizy równań różniczkowych zwyczajnych oraz wstęp do układów dynamicznych.

Program:

1. Otoczenie punktu równowagi (5 godz.)

   Stabilność w sensie Lapunowa i asymptotyczna (przypomnienie bez dowodu), hiperboliczność, twierdzenie Hadamarda–Perrona (bez dowodu), twierdzenie Grobmana–Hartmana (ze szkicem dowodu), wersje dla lokalnych dyfeomorfizmów.

2. Trajektorie okresowe i cykle graniczne (5 godz.)

   Przekształcenie powrotu, twierdzenia Poincaré–Bendixsona (z dowodem), twierdzenie Dulaca (z dowodem przy użyciu twierdzenia Liouvile'a), funkcja Dulaca (przykłady: układ van der Pola i uogólniony układ Lotki–Volterry)

3. Portrety fazowe pól wektorowych na płaszczyźnie (1 godz.)

   Punkty równowagi i ich separatrysy, zachowanie w nieskończoności.

4. Elementy teorii bifurkacji (8 godz.)

   Transwersalność i twierdzenie Thoma (bez dowodu), bifurkacja siodło-węzeł, bifurkacja Andronowa–Hopfa ze szkicem dowodu (bezpieczna i niebezpieczna utraty stabilności, bifurkacje siodło–węzeł i podwojenia okresu dla trajektorii okresowych, bifurkacja Feigenbauma.

5. Równania z małym parametrem (4 godz.)

   a. Zaburzenia układu Hamiltona:

   generowanie cykli granicznych dla jednego stopnia swobody, układy zupełne nie całkowalne (przykład: zagadnienie Keplera), informacja o teorii KAM (przykład: zagadnienie 3 ciał).

   b. Drgania relaksacyjne:

   ruch szybki, ruch powolny, zryw, na przykładzie modelu Zeemanna pracy serca .

6. Podkowa Smale'a (2 godz.)

   Przekształcenie podkowy i dynamika symboliczna, chaos (przykład: równanie Duffinga wg. Guckenheimera i Holmes'a).

7. Atraktory (2 godz.)

   Definicja i przykłady: selenoid, atraktor Hénona i atraktor Lorenza

8. Dynamika 1–wymiarowa (2 godz.)

   Przekształcenie logistyczne ax(1-x) (dochodzenie do chaosu i sprzężenie z przykszatłceniem typu ”namiot” dla a=4), homeomorfizmy okręgu (liczba obrotu, cantorowski zbior punktow granicznych, zastosownie do potoków na torusie).

Literatura:

1. W. I. Arnold, *Teoria równań różnizczkowych.*, PWN, Warszawa, 1982.

2. A. A. Andronov et all, *Qualitative theory of second order dynamical systems*, Wiley, 1973 (lub Nauka, 1966, po rosyjsku).

3. A. A. Andronov et all, *Theory of bifuracations of dynamical systems on a plane*, Wiley, 1973 (lub Nauka, 1967, po rosyjsku).

4. D. K. Arrowsmith and C. M. Place, *Theory of bifurcations of dynamical systems on a plane*, Chapman and Hall, 1982.

5. W. Szlenk, *Wstęp do teorii gładkich układów dynamicznych*, PWN, Warszawa, 1982.

6. R. L. Devaney, *An introduction to chaotic dynamical systems*, Cummings, 1986.

7. Guckenheimer and P. Holmes, *Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields*, Springer-Verlag, 1983.

8. C. Robinson, Dynamical systems. Stability, symbolic dynamics and chaos, CRC Press, 1995.

Forma zaliczenia: egzamin

Założenia: Do uczestnictwa w wykładzie konieczna jest znajomość przedmiotów: GAL, Analiza Matematyczna II i Równania różniczkowe zwyczajne.