

Topologia I - program rozszerzony

Przestrzenie metryczne. Przestrzenie topologiczne. Przekształcenia ciągłe, homeomorfizmy. Aksjomaty oddzielania. Ośrodkowość. Przestrzenie ilorazowe. Rozmaitości 2 wymiarowe, przykłady ich otrzymywania przez sklejenia wielokąta. Iloczyny kartezjańskie przestrzeni topologicznych. Twierdzenie Tietzego o przedłużaniu przekształceń. (3 wykłady)

Przestrzenie zwarte. Równoważne warunki zwartości w przestrzeniach metryzowalnych. Zwarte podzbiory przestrzeni euklidesowej. Zbiór Cantora. Przekształcenia ciągłe przestrzeni zwartych. Jednostajna ciągłość. Twierdzenie Tichonowa o zwartości iloczynu kartezjańskiego przestrzeni zwartych. Przestrzenie lokalnie zwarte, uzwarcenie jednopunktowe. Przestrzenie parazwarte, rozkład jedności. (4 wykłady)

Przestrzenie zupełne. Jeśli przestrzeń metryczna Y jest zupełna, to dla każdej przestrzeni topologicznej X przestrzeń funkcji ograniczonych $C_b(X, Y)$ z metryką *sup* jest zupełna. Twierdzenie Banacha o punkcie stałym. Twierdzenie Baire'a. Zupełność + całkowita ograniczoność = zwartość. Twierdzenie Ascoliego-Arzelii. (2 wykłady)

Przestrzenie spójne. Łukowa spójność. Składowe spójności i składowe lukowej spójności. (1 wykład)

Homotopia przekształceń. Ściągalność przestrzeni. Homotopia pętli. Jednospójność. Jednospójność sfer wymiaru ≥ 2 . Nieściągalność okręgu. Wnioski: nieistnienie retrakcji dysku na okrąg, twierdzenie Brouwera w wymiarze 2. Dowód Zasadniczego Twierdzenia Algebry. Twierdzenie Borsuka o rozcinaniu: zwarty podzbiór A rozcina $n+1$ wymiarową przestrzeń euklidesową wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje przekształcenie zbioru A w sferę n wymiarową, które nie jest homotopijne ze stałym (dowód dla $n=1$). (4 wykłady)

Literatura:

S.Betley, J.Chaber, E.Pol, R.Pol, Topologia I, skrypt MIMUW, 2005.

J.Dugundji, Topology, Boston 1966

R.Engelking, K.Sieklucki, Wstęp do topologii, Warszawa 1986.

K.Janich, Topologia, Warszawa 1991.

K.Kuratowski, Wstęp do teorii mnogości i topologii, Warszawa 2004.