Matematyka dyskretna.

Program wykładu.

Część I. Kombinatoryka.

1. Podstawowe metody zliczania (ok. 2 wykładów).
   a) Reguła dodawania i reguła mnożenia.
   b) Współczynniki dwumianowe i ich interpretacje kombinatoryczne.
   c) Dowody kombinatoryczne.
   d) Zliczanie rozmieszczeń.
2. Zasada włączeń i wyłączeń i jej zastosowania (ok. 2 wykładów).
   a) Zliczanie nieporządków (le problème des rencontres).
   b) Zliczanie funkcji z jednego zbioru skończonego na drugi; liczby Stirlinga I i II rodzaju, liczby Bella.
   c) Zadanie Lucasa o parach małżeńskich przy okrągłym stole (le problème des ménages).
   d) Wzór na liczbę elementów należących do dokładnie k zbiorów spośród danych n zbiorów.
   e) Zliczanie permutacji mających dokładnie k punktów stałych; średnia liczba punktów stałych permutacji.
3. Relacje rekurencyjne (ok. 2 wykładów).
   a) Rozwiązywanie równań rekurencyjnych postaci $a_{n+1} = t \cdot a_n + s$.
   b) Rozwiązywanie równań rekurencyjnych postaci $a_{n+2} = t \cdot a_{n+1} + a_n$ za pomocą wielomianu charakterystycznego.
   c) Informacja o ogólnym wzorze na rozwiązanie równania rekurencyjnego liniowego ze stałymi współczynnikami.
   d) Niektóre inne równania rekurencyjne (np. na liczbę nieporządków).
   e) Metoda funkcji tworzących.
   f) Liczby Catalana.
   g) Wykładnicza funkcja tworząca dla liczb Bella.
4. Zliczanie orbit grupy (1 wykład).
   a) Lemat Burnside'a.
   b) Zliczanie kolorowań (np. liczba geometrycznie rozróżnialnych kolorowań wierzchołków sześcianu dwoma kolorami).

Część II. Teoria grafów.

5. Podstawowe pojęcia teorii grafów (1 wykład).
   a) Sposoby reprezentacji grafów.
   b) Rodzaje grafów.
   c) Drogi i cykle.
   d) Sposoby umieszczania grafów (twierdzenie o umieszczaniu w $\mathbf{R}^3$, grafy planarne).
6. Cykle Eulera i Hamiltona (1 wykład).
   a) Twierdzenie Eulera o istnieniu cyklu Eulera, algorytm Fleury'ego.
   b) Zastosowania cykli Eulera (np. do istnienia ciągów de Bruijna).
   c) Twierdzenia Diraca i Orego o cyklach Hamiltona.
7. Drzewa.
   a) Podstawowe własności drzew (1 wykład).
   b) Twierdzenie Cayleya o zliczaniu drzew oznakowanych.
8. Grafy planarne (ok. 2 wykładów).
   a) Wzór Eulera.
   b) Przykłady grafów nieplanarnych (K_5 i $K_{3,3}$).
   c) Informacja o twierdzeniu Kuratowskiego.
   d) Kolorowanie grafów planarnych, twierdzenie o 5 barwach, informacja o twierdzeniu o 4 barwach.
9. Skojarzenia w grafach dwudzielnych (1 wykład).
   a) Twierdzenie Halla.

b) Zastosowania twierdzenia Halla (kwadraty łacińskie, twierdzenie Birkhoffa o macierzach bistochastycznych).

Część III.

10. 1 lub 2 wykłady poświęcone innym działom kombinatoryki i teorii grafów, do uznania wykładowcy. Mogą to być na przykład:
    a) Konfiguracje kombinatoryczne (twierdzenie o istnieniu systemów trójek Steinera).
    b) Kwadraty Rooma i turnieje brydżowe.
    c) Twierdzenia minimaksowe (np. twierdzenie Dilwortha).
    d) Własności podziałowe (tw. Ramseya, tw. van der Waerdena).
    e) Inne metody zliczania (np. wielomiany szachowe, teoria Polya).
    f) Kolorowanie grafów (tw. Vizinga).

Literatura

[1] Victor Bryant, *Aspekty kombinatoryki*, WNT Warszawa 1997.
[2] Witold Lipski, Wiktor Marek, *Analiza kombinatoryczna*, PWN Warszawa 1986.
[3] Robin J. Wilson, *Wprowadzenie do teorii grafów*, wyd. 2, PWN Warszawa 2000.
[4] Martin Aigner, Günter M. Ziegler, *Dowody z Księgi*, PWN Warszawa 2002.