Funkcje Analityczne

Przypomnienie i rozszerzenie wiadomości z I roku. Moduł, argument i postać trygonometryczna liczby zespolonej. Potęga o wykładniku całkowitym i pierwiastek liczby zespolonej. Wzór de Moivre'a. Rozszerzony zbiór liczb zespolonych i sfera Riemanna. (1 wykład)

Pochodna w dziedzinie zespolonej. Funkcje holomorficzne. Równania Cauchy'ego–Riemanna. Odwzorowania konforemne. (1 wykład)

Ciągi i szeregi funkcyjne zespolone. Szeregi potęgowe zespolone. Wzór na promień zbieżności. Twierdzenie Abela o ciągłości na brzegu koła zbieżności. Różniczkowanie wyraz po wyrazie. Podstawowe funkcje elementarne w dziedzinie zespolonej: funkcja wykładnicza, funkcje trygonometryczne, logarytm, potęga zespolona, gałęzie. (2 wykłady)

Funkcje wymierne i grupa homografii. (1 wykład)

Całka funkcji wzdłuż drogi. Niezależność całki od drogi całkowania a istnienie funkcji pierwotnej. Twierdzenie Cauchy'ego. Wzór całkowy Cauchy'ego. Rozwijalność funkcji holomorficznych w szereg potęgowy. (1 wykład)

Zera funkcji holomorficznych, zasada identyczności. Twierdzenie Weierstrassa o ciągach funkcji holomorficznych. Nierówność Cauchy'ego. Twierdzenie Liouville'a. Zasadnicze twierdzenie algebry. Twierdzenie Morery. Zasada symetrii Schwarza. (1 wykład)

Całki po krzywych homotopijnych. Twierdzenie Cauchy'ego. Istnienie funkcji pierwotnej w obszarze ednospójnym. Gałąź logarytmu. Całki krzywoliniowe. Funkcje harmoniczne i ich związek z funkcjami holomorficznymi. Istnienie funkcji harmonicznej sprzężonej w obszarze jednospójnym. (1-2 wykłady)

Rozwijanie funkcji holomorficznej w szereg Laurenta. Twierdzenie Riemanna o osobliwości pozornej. Klasyfikacja izolowanych punktów osobliwych. Twierdzenie Casoratiego–Weierstrassa. Funkcje meromorficzne. (1 wykład)

Twierdzenie o residuach i jego zastosowania. (1 wykład)

Indeks punktu względem krzywej. Zasada argumentu. Twierdzenie Rouche'go. Twierdzenie Hurwitza. (1 wykład)

Twierdzenie o krotnościach i o odwzorowaniu otwartym. Zasada maksimum. Lemat Schwarza. Twierdzenie Riemanna (bez dowodu). (1 wykład)

Do wyboru: Model Poincarégo geometrii Łobaczewskiego. Globalne twierdzenie Cauchy'ego dla całek po cyklach. Residuum w nieskończoności. Automorfizmy koła jednostkowego i sfery Riemanna. Twierdzenie Rungego dla obszarów jednospójnych. Twierdzenie Montela dla rodzin ograniczonych. Dowód twierdzenia Riemanna. Charakteryzacja obszarów jednospójnych przez różne ich własności (np. spójność uzupełnienia). Funkcja modularna i małe twierdzenie Picarda. Zagadnienie Dirichleta. Funkcja zeta Riemanna.

Literatura:

J. Chądzyński, Wstęp do analizy zespolonej. PWN, Warszawa 2000.
J. Conway, Functions of One Complex Variable, Springer-Verlag, 1978.
J. Krzyż, Zbiór zadań z funkcji analitycznych. PWN, Warszawa 1965.
F. Leja, Funkcje zespolone. PWN, Warszawa 1979.
W. Rudin, Analiza rzeczywista i zespolona. PWN, Warszawa 1998.
S. Saks, A. Zygmund, Funkcje analityczne. Monografie Matematyczne Vol. 28, PWN, Warszawa 1952 (w postaci plików pdf: http://matwbn.icm.edu.pl/ksspis.php?wyd=10)
B. W. Szabat, Wstęp do analizy zespolonej. PWN, Warszawa 1974.