

## Analiza matematyczna I.2(wersja rozszerzona)

1. Szeregi liczbowe o wyrazach rzeczywistych, pojęcie szeregu zbieżnego. Szereg geometryczny i rozwijanie liczb rzeczywistych przy różnych podstawach (dwuznaczność). Warunek Cauchy'ego. Szeregi o wyrazach dodatnich, kryterium porównawcze, kryterium Cauchy'ego o zągęszczaniu, kryterium ilorazowe d'Alemberta, kryterium pierwiastkowe Cauchy'ego. Kryterium Kummera i wnioski z niego płynące (Kryterium Raabego). Kryterium całkowe Maclaurina-Cauchy'ego. Twierdzenie Riemanna o zależności sumy szeregu od kolejności wyrazów. Szeregi naprzemienne - kryterium Leibniza. Szeregi bezwzględnie zbieżne, zbieżność bezwarunkowa szeregu bezwzględnie zbieżnego. Twierdzenie o zbieżności iloczynu Cauchy'ego dwóch szeregów. Przekształcenie Abela, kryteria Abela i Dirichleta.  
(6 wykładów)
2. Ciąg funkcyjny i szereg funkcyjny. Zbieżność punktowa i zbieżność jednostajna ciągu i szeregu funkcyjnego. Jednostajny warunek Cauchy'ego, kryterium Weierstrassa jednostajnej zbieżności szeregu funkcyjnego. Twierdzenie o ciągłości granicy jednostajnie zbieżnego ciągu funkcji ciągłych i Twierdzenie o ciągłości granicy jednostajnie zbieżnego ciągu funkcji ciągłych. Twierdzenie Dini'ego o jednostajnej zbieżności ciągu funkcji monotonicznych. Różniczkowanie i całkowanie ciągów i szeregów, twierdzenie Weierstrassa o jednostajnym przybliżaniu funkcji ciągłych wielomianami (np. wielomiany Bernsteina).  
(5--6 wykładów)
3. Szereg potęgowy, promień zbieżności i przedział zbieżności. Zbieżność jednostajna i bezwzględna szeregu potęgowego. Twierdzenie Abela o ciągłości szeregu potęgowego w końcu przedziału. Rozwinięcia funkcji elementarnych.  
(3--4 wykłady)
4. Szereg Fouriera. Ortogonalność. Całka Dirichleta. Zasada lokalizacji Riemanna. Kryterium Diniego zbieżności punktowej szeregu Fouriera. Moduł ciągłości, warunek Lipschitza i Holdera. Wnioski z kryterium Diniego. Wahanie funkcji, podstawowe własności (ewentualnie rozkład kanoniczny Jordana). Kryterium Dirichleta-Jordana zbieżności punktowej szeregu Fouriera dla funkcji o ograniczonym wahanii. Twierdzenie Weierstrassa o jednostajnym przybliżaniu funkcji ciągłych okresowych wielomianami trygonometrycznymi, rozwinięcia niektórych funkcji. Sumowanie konkretnych szeregów liczbowych.  
(7 wykładów)
5. Uwagi o funkcjach wielu zmiennych np. ciągłość. Całki z parametrem, całkowanie i różniczkowanie całek z parametrem. Gamma--funkcja Eulera, wzory Wallisa i Stirlinga. Przykładowe zastosowania rachunku całkowego np. obliczanie pól i objętości brył obrotowych. Niewymierność liczby  $e$ .  
(7 wykładów)

Literatura: A. Birkholc, Analiza matematyczna dla nauczycieli. PWN, Warszawa 1977.

B.P. Demidowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, Naukowa Książka, Lublin 1992 (t. I) i 1993 (t. II i III).

G.M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy. Tom II i III, PWN, Warszawa 1999.

K. Kuratowski, Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, Warszawa 1979.

W. Pusz, A. Strasburger, Zbiór zadań z analizy matematycznej Wydział Fizyki UW, Warszawa 1982.

W. Rudin, Podstawy analizy matematycznej, PWN, Warszawa 2000.