

Zadania z gwiazdką

Seria II o językach bezkontekstowych

1. **Gęstość.** Powiemy, że język ma *gęstość wielomianową*, jeśli istnieje wielomian $p(n)$ taki, że dla każdego n , język L zawiera co najwyżej $p(n)$ słów długości n . Zaprojektować algorytm, który rozstrzyga, czy dana na wejściu gramatyka opisuje język o gęstości wielomianowej.
2. **Tyle samo a co b .** Zaprojektować algorytm, który rozstrzyga, czy dana na wejściu gramatyka (nad dowolnym alfabetem zawierającym litery a i b) opisuje przynajmniej jedno słowo, gdzie jest tyle samo liter a co b .
3. **Odwracanie stosu.** Rozważmy automat ze stosem, który ma dodatkową instrukcję „odwróć stos do góry nogami”. W trakcie biegu, automat ma prawo skorzystać z takiej instrukcji najwyżej pięć razy. Takim rodzajem automatu można, na przykład, rozpoznać język $\{ww : w \in \{a, b\}^*\}$ (automat jak dla palindromów, z odwróceniem stosu na środku słowa). Zaprojektować algorytm, który rozstrzyga, czy taki automat akceptuje jakieś słowo (akceptacja przez, powiedzmy, stan akceptujący).
4. **Automat licznikowy.** Rozważmy skończony zbiór liczników C o wartościach *nieujemnych*, oraz instrukcje licznikowe

$$I_C = \{“c := c + k” : c \in C, k \in \mathbb{Z}\}.$$

Rozważmy automat (niedeterministyczny) o stanach Q , stanie początkowym q_I , stanach końcowych $F \subseteq Q$, oraz o przejściach wyposażonych w ciągi instrukcji licznikowych (dla każdej litery a , mamy skończony podzbiór $\delta_a \subseteq Q \times I_C^*$). Jeśli instrukcja powoduje spadek licznika poniżej 0, to bieg się urywa i nie może posłużyć do akceptacji słowa. Automat zaczyna czytać słowo w stanie q_I z pustymi licznikami (o wartościach 0). Akceptuje słowo, jeśli skończy w stanie z F , wszystko jedno z jakimi wartościami liczników. Zaprojektować algorytm, który rozstrzyga, czy automat akceptuje przynajmniej jedno słowo.