

Zadania domowe. I seria.

1) Rozwiązać układ równań liczb rzeczywistych:

$$\begin{cases} x - 2y & + 3s + t = 1 \\ 2x - 3y + z + 8s + 2t & = 3 \\ x - 2y + z + 3s - t & = 1 \\ & y + 3s + 5t = 0 \\ x - 2y & + 5s + 8t = -1 \end{cases}$$

2) Dane trzy liczby zespolone:

$$p = 1 + i, \quad q = 2 - i \quad \text{oraz} \quad r = 1.$$

Znaleźć wielomian kwadratowy $W(x) = ax^2 + bx + c$ taki, że

$$W(p) = 0, \quad W(q) = 1 \quad \text{oraz} \quad W(r) = i.$$

3) Znaleźć wszystkie krzywe stożkowe* przechodzące przez punkty:

$$p_1 = (0, 0), \quad p_2 = (3, 0), \quad p_3 = (0, 3), \quad p_4 = (1, 2), \quad p_5 = (2, 1)?$$

* *Krzywa stożkowa to zbiór punktów opisanych równaniem postaci*

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0.$$

4) Opisać podzbiór liczb zespolonych opisany nierównością

$$\operatorname{Im} \left(\frac{z - i}{z + i} \right) > 0.$$

5) Udowodnić, że dla dowolnych liczb $a, b, c, d \in \mathbf{C}$ takich, że $ad - bc \neq 0$ zbiór liczb zespolonych z opisanych warunkiem

$$\left| \frac{az + b}{cz + d} \right| = 1$$

jest okręgiem lub prostą na płaszczyźnie zespolonej. Ponadto wykazać, że każdy okrąg i prostą w $\mathbf{C}$ można opisać w powyższy sposób odpowiednio dobierając liczby a, b, c, d .