SEMINARIUM TiGR - ZADANIA

1

1.1 Znaleźć pokrycie przestrzeni rzutowej $\mathbb{CP}^n$ zbiorami dyfeomorficznymi z $\mathbb{C}^n$, tak aby funkcje przejśćia były wielomianowe.

1.2 Wykazać, że $\mathbb{CP}^n$ jest zwarta, Hausdorffa.

1.3 Opisać $\mathbb{CP}^n - \mathbb{C}^n$

1.4 Torus $(\mathbb{C}^*)^{n+1}/\mathbb{C}^*_{diag}$ działa na $\mathbb{CP}^n = (\mathbb{C}^{n+1} - \{0\})/\mathbb{C}^*_{diag}$. Znaleźć formuły na to działanie w mapach.

1.5 Opisać orbity działania zespolonego torusa T i zwartego torusa $K \subset T$ na $\mathbb{CP}^n$.

1.6 Niech $\mu : \mathbb{CP}^n \to \mathbb{R}^{n+1}$ będzie dane wzorem

$$\mu([z_0 : z_1 : \ldots : z_n]) = \left(\frac{|z_0|^2}{\Sigma|z_i|^2}, \frac{|z_1|^2}{\Sigma|z_i|^2}, \ldots, \frac{|z_n|^2}{\Sigma|z_i|^2} \right).$$

1.7 Wykazać, że
– obrazem jest n-wymiarowy sympleks,
– przeciwobrazy otwartych k-wymiarowych ścian tego sympleksu to są orbitami torusa T o wymiarze zespolonym k,
– μ jest odwzorowaniem ilorazowym $\mathbb{CP}^n \to \mathbb{CP}^n/K$.

1.8 Opisać wszystkie uzwarcenia $\mathbb{C}^*$, które są rozmaitościami zespolonymi.

1.9 Które z rozmaitości $\mathbb{C}/\Lambda$ (gdzie Λ jest kratą w $\mathbb{C}$) są holomorficznie równoważne.