

Reprezentacje Grup i Geometria 2023

Pytania na egzamin ustny

- 1 Rozkład grassmannianu na komórki Schuberta.
- 2 Rozkład Bruhata, rozkład przestrzeni flag na komórki.
- 3 Reprzentacje, operacje na reprezentacjach, pierścień reprezentacji.
- 4 Lemat Schura dla reprezentacji nieprzywiedlnych i jego konsekwencje.
- 5 Charaktery reprezentacji grupy skończonej, ortogonalność.
- 6 Rozkład reprezentacji regularnej $\mathbb{C}(G)$, krotności reprezentacji nieprzywiedlnych, wzór Fouriera.
- 7 Reprezentacje indukowane i algebry Hecke, interpretacja jako funkcje na $B \backslash G / B$, przykłady.
- 8 Algebra Hecke dla $(GL(\mathbb{F}_q), B)$, generatory i relacje.
- 9 Przykłady abstrakcyjnych algebr Hecke (nil-Hecke) i ich działania na wielomianach (np. przez różnice podzielone).
- 10 Odwracanie generatorów w algebrze Hecke dla $(GL(\mathbb{F}_q), B)$, R -wielomiany, ich związek z geometrią klatek Schuberta.
- 11 Symetryzatory stowarzyszone z diagramem Younga, reprezentacje nieprzywiedlne \mathfrak{S}_n .
- 12 Formuła Frobeniusa na charakter reprezentacji V_λ .
- 13 Dualność Weila pomiędzy reprezentacjami \mathfrak{S}_n a reprezentacjami $GL_n(\mathbb{C})$.
- 14 Wielomiany Schura: definicja poprzez iloraz wyznaczników i formuła Jacobi-Trudy (wyrażenie za pomocą pełnych funkcji symetrycznych).
- 15 Struktury mnożenia w $R(\mathfrak{S}_\bullet)$, $R(GL_n)$, $H^*(Gr_n(\mathbb{C}^N))$ i dla wielomianów Schura.
- 16 Formuła Giambelli dla klas kohomologii rozmaitości Schuberta w grassmannianie.
- 17 Wielomiany Kazhdana-Lusztiga i ich związek z geometrią rozmaitości Schuberta.

Przykładowe tematy esejów

1. Macierzowe rozmaitości Schuberta [Miller-Sturmfels].
2. Wzór Placherela i jego interpretacje [Anthony W. Knapp, Representation Theory of Semisimple Groups An Overview Based On Examples]
3. Grupy Coxetera (skończone, afiniczne grupy odbić). [Humphreys, Reflection groups and Coxeter groups]
4. Reprezentacje algebry Hecke [C. Curtis, Representations of Hecke algebras. Orbits unipotentes et représentations, I. Astérisque No. 168 (1988), 9, 13–60.].
5. Wyniki Deodhara o R -wielomianach (dla SL_n). [Deodhar, On some geometric aspects of Bruhat orderings]
6. Charaktery nieprzywiedlnych reprezentacji SL_n , „Weyl Character Formula”. [Fulton-Harris]
7. Twierdzenie Borela-Weila-Botta (podstawowe wiadomości w Fulton–Harris. Representation theory)