Bogusław Wróblewski

Obliczanie cen i parametrów greckich opcji walutowych w modelu Blacka-Scholesa

Raport i dokumentacja

06.06.2011

Spis treści

1. Opis problemu

Celem niniejszej pracy jest zestawienie wzorów analitycznych na ceny i parametry greckie opcji walutowych w modelu Blacka-Scholesa, a także opisanie zaimplementowanych w Octave 3.2.4 funkcji obliczających te wielkości. W tej części opiszemy założenia stosowanego przez nas modelu oraz wprowadzimy najważniejsze oznaczenia, którymi będziemy posługiwać się w pracy.

Instrumentem podstawowym dla analizowanych przez nas opcji jest kurs wymiany. Rozpatrzmy dwie różne waluty: bazową, którą oznaczamy przez FOR (od *foreign*), oraz niebazową, dla której stosujemy oznaczenie DOM (od *domestic*). Niech $T \in (0, +\infty)$ będzie momentem wykonania opcji (jest to czas w latach). Kurs wymiany FOR/DOM w dowolnym momencie $t \in [0, T]$ oznaczamy przez S_t, to znaczy jedna jednostka waluty FOR kosztuje S_t jednostek waluty DOM w chwili t. Załóżmy ponadto, że mamy ustaloną przestrzeń probabilistyczną $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ z pewną filtracją $(\mathcal{F}_t)_{t\in[0,T]}$, na której zadany jest proces Wienera $(W_t)_{t\in[0,T]}$. Rozważamy model Blacka-Scholesa: zakładamy, że rynek jest doskonały (por. [2]) oraz $(S_t)_{t\in[0,T]}$ jest procesem stochastycznym spełniającym równanie

$$dS_t = (r_d - r_f)S_t dt + \sigma S_t dW_t \quad \text{dla} \quad t \in [0, T]. \tag{1.1}$$

Tutaj σ jest zmiennością w skali roku, a przez r_d i r_f oznaczamy ciągłe roczne stopy procentowe dla waluty niebazowej i bazowej (odpowiednio), również w skali roku. Ponadto dla dowolnych T, σ, r_d, $r_f > 0$ oraz $t \in [0, T)$ przyjmujemy następujące oznaczenia:

$$x = S_t \text{ - kurs spot w chwili } t, \tag{1.2}$$

$$\tau = T - t \text{ - czas życia opcji,} \tag{1.3}$$

$$DF_d = e^{-r_d\tau} \text{ - czynnik dyskontowy dla waluty niebazowej w okresie czasu } [t, T], \tag{1.4}$$

$$DF_f = e^{-r_f\tau} \text{ - czynnik dyskontowy dla waluty bazowej w okresie czasu } [t, T], \tag{1.5}$$

$$F = \frac{DF_f x}{DF_d} \text{ - cena forward instrumentu podstawowego w chwili } t, \text{ liczona na moment } T. \tag{1.6}$$

Rozważmy dowolną opcję na kurs wymiany FOR/DOM. Jej wypłatę w momencie T będziemy oznaczać przez H, natomiast wartość w chwili $t \in [0, T]$ przez V (i zawsze podajemy ją w jednostkach waluty DOM). Naszym głównym celem jest zestawienie wzorów na wartości opcji V oraz następujące parametry greckie:

$$\Delta = \frac{\partial V}{\partial x} \text{ - delta spot,} \tag{1.7}$$

$$\Delta^{(F)} = \frac{\partial V}{\partial F} \text{ - delta forward,} \tag{1.8}$$

$$\Gamma = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \text{ - gamma spot,} \tag{1.9}$$

$$\Gamma^{(F)} = \frac{\partial^2 V}{\partial F^2} \text{ - gamma forward,} \tag{1.10}$$

$$\Theta = \frac{\partial V}{\partial t} \text{ - theta,} \tag{1.11}$$

$$\mathcal{V} = \frac{\partial V}{\partial \sigma} \text{ - wega.} \tag{1.12}$$

W świecie rzeczywistym na rynku kwotowane są dwa rodzaje cen: bid (za tyle instytucja finansowa jest w stanie kupić dany instrument) oraz ask (jest to cena sprzedaży, nie mniejsza od bid). Podobnie jest z czynnikami dyskontowymi. W związku z powyższym, podamy formuły pozwalające znajdować także ceny bid i ask rozważanych opcji (oraz odpowiednie parametry greckie). Wzory te wyglądają prawie tak samo jak formuły w przedstawionym powyżej modelu Blacka-Scholesa, z jedną tylko różnicą: musimy w nich zaznaczyć, w którym miejscu występuje czynnik dyskontowy lub cena forward bid, a w którym ask. Czynimy to przez dopisanie odpowiedniego identyfikatora, to znaczy:

$$x_{bid} \text{ - kurs spot bid w chwili } t. \tag{1.13}$$

$$x_{ask} \text{ - kurs spot ask w chwili } t. \tag{1.14}$$

$$DF_{d,bid} \text{ - czynnik dyskontowy bid dla waluty niebazowej w okresie czasu } [t, T], \tag{1.15}$$

$$DF_{d,ask} \text{ - czynnik dyskontowy ask dla waluty niebazowej w okresie czasu } [t, T], \tag{1.16}$$

$$DF_{f,bid} \text{ - czynnik dyskontowy bid dla waluty bazowej w okresie czasu } [t, T], \tag{1.17}$$

$$DF_{f,ask} \text{ - czynnik dyskontowy ask dla waluty bazowej w okresie czasu } [t, T], \tag{1.18}$$

$$F_{bid} = \frac{DF_{f,ask} x_{bid}}{DF_{d,bid}} \text{ - cena forward bid instrumentu podstawowego w chwili } t, \text{ liczona na moment } T, \tag{1.19}$$

$$F_{ask} = \frac{DF_{f,bid} x_{ask}}{DF_{d,ask}} \text{ - cena forward ask instrumentu podstawowego w chwili } t, \text{ liczona na moment } T. \tag{1.20}$$

2. Wzory teoretyczne

W rozdziale tym przedstawimy popularne opcje walutowe o europejskim typie wykonania. Każdą z nich scharakteryzujemy przez podanie dodatkowych parametrów z nią związanych (takich jak np. cena wykonania i bariera), wypłaty jej nabywcy, a także formuł na cenę i parametry greckie w modelu Blacka-Scholesa. Zaznaczmy w tym miejscu, że wzorów na litery greckie nie podamy w jawnej postaci, a jedynie w formie sumy iloczynów pewnych funkcji i pochodnych cząstkowych. Jak później zobaczymy, ceny wszystkich analizowanych przez nas opcji można zapisać przy pomocy pewnych funkcji B_i oraz A_j (gdzie $i \in \{1,2\}$, $j \in \{1,2,3,4\}$), czynnika dyskontowego DF_d, ceny forward F, a także dodatkowych stałych parametrów, takich jak cena wykonania K. W związku z tym wystarczy obliczyć pochodne cząstkowe z B_i, A_j, DF_d oraz F (co uczynimy w podrozdziale 2.1) i dzięki temu będziemy mogli znaleźć wszystkie parametry greckie. Wzory na pochodne z niektórych spośród tych funkcji (zawłaszcza A_j) są bardzo skomplikowanymi wyrażeniami - doprowadzenie ich do jawnej postaci jest zadaniem bardzo czasochłonnym, poza tym istnieje duże ryzyko popełnienia błędu podczas przekształcania takich wyrażeń. Można oczywiście szukać w literaturze tych wzorów, jednak w wielu przypadkach są one trudno dostępne, a poza tym zawsze istnieje ryzyko, że autor podczas przepisywania lub wyprowadzania takich skomplikowanych formuł popełnił błąd. Dlatego my zadowolimy się postacią sumy iloczynów funkcji pomocniczych i pochodnych cząstkowych (wynikającej z reguły różniczkowania iloczynu). Takie postępowanie gwarantuje poprawność przedstawionych wzorów, a poza tym upraszcza kod programu. Wszystkie funkcje obliczające współczynniki greckie liczą odpowiednie sumy oraz iloczyny, wcześniej wywołując inne funkcje, które znajdują potrzebne pochodne. Tą konwencję zastosowano w przypadku każdej opcji.

2.1. Pomocnicze funkcje i pochodne

W opisie problemu wprowadziliśmy już kilka podstawowych oznaczeń. W celu przedstawienia wzorów na ceny i parametry greckie niezbędne jest jednak wprowadzenie większej ilości oznaczeń, a mianowicie pewnych funkcji pomocniczych, czym zajmiemy się w tym podrozdziale.

Ustalmy dowolne x, T, σ, r_d, r_f, B, $K > 0$ oraz $t \in [0,T)$. Niech ponadto ϕ, η, ω będą liczbami ze zbioru $\{-1,1\}$. W wielu wzorach pojawi się gęstość oraz dystrybuanta zmiennej o rozkładzie normalnym. Będziemy je oznaczać odpowiednio przez n i $\mathcal{N}$:

$$n(u) = \frac{e^{-\frac{1}{2}u^2}}{\sqrt{2\pi}} \quad \text{dla} \quad u \in \mathbb{R}, \tag{2.1}$$

$$\mathcal{N}(u) = \int_{-\infty}^{u} n(v)dv \quad \text{dla} \quad v \in \mathbb{R}. \tag{2.2}$$

We wzorach Blacka-Scholesa pojawiają się pewne dodatkowe funkcje. Są to:

$$d(K,\eta) = \frac{\ln(\frac{x}{K}) + (r_d - r_f + \frac{1}{2}\eta\sigma^2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} = \frac{\ln(\frac{F}{K}) + \frac{1}{2}\eta\sigma^2\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}, \tag{2.3}$$

$$h(B,K,\omega) = \frac{\ln(\frac{B^2}{xK}) + (r_d - r_f + \frac{1}{2}\omega\sigma^2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} = \frac{\ln(\frac{DF_f^2 B^2}{DF_d^2 FK}) + \frac{1}{2}\omega\sigma^2\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}, \tag{2.4}$$

$$l(B,\omega) = \Big(\frac{B}{x}\Big)^{\omega + \frac{2(r_d - r_f)}{\sigma^2}} = \Big(\frac{DF_f B}{DF_d F}\Big)^{\omega + \frac{2(\ln(DF_f) - \ln(DF_d))}{\sigma^2\tau}}, \tag{2.5}$$

$$B_1(K,\phi,\eta) = \phi\mathcal{N}(\phi d(K,\eta)), \tag{2.6}$$

$$B_2(B,K,\phi,\eta,\omega) = \phi\mathcal{N}(\eta h(B,K,\omega))l(B,\omega), \tag{2.7}$$

$$A_1(K,\phi) = FB_1(K,\phi,1) - KB_1(K,\phi,-1), \tag{2.8}$$

$$A_2(B,K,\phi) = FB_1(B,\phi,1) - KB_1(B,\phi,-1), \tag{2.9}$$

$$A_3(B,K,\phi,\eta) = FB_2(B,K,\phi,\eta,1) - KB_2(B,K,\phi,\eta,-1), \tag{2.10}$$

$$A_4(B,K,\phi,\eta) = FB_2(B,B,\phi,\eta,1) - KB_2(B,B,\phi,\eta,-1). \tag{2.11}$$

Ponadto będą nam potrzebne niektóre pochodne cząstkowe z powyżej zdefiniowanych odwzorowań. Łatwo jest je obliczyć dla DF_d, F, $d(K,\eta)$, $h(B,K,\omega)$, $l(B,\omega)$, $\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))$ oraz $\mathcal{N}(\eta h(B,K,\omega))$:

$$\frac{\partial DF_d}{\partial x} = 0, \tag{2.12}$$

$$\frac{\partial DF_d}{\partial F} = 0, \tag{2.13}$$

$$\frac{\partial^2 DF_d}{\partial x^2} = 0, \tag{2.14}$$

$$\frac{\partial^2 DF_d}{\partial F^2} = 0, \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial DF_d}{\partial t} = r_d e^{-r_d\tau} = -\frac{DF_d \ln(DF_d)}{\tau}, \tag{2.16}$$

$$\frac{\partial DF_d}{\partial \sigma} = 0, \tag{2.17}$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = e^{(r_d - r_f)\tau} = \frac{DF_f}{DF_d}, \tag{2.18}$$

$$\frac{\partial F}{\partial F} = 1, \tag{2.19}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0, \tag{2.20}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial F^2} = 0, \tag{2.21}$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} = (r_f - r_d)xe^{(r_d - r_f)\tau} = \frac{F\ln(\frac{DF_d}{DF_f})}{\tau}, \tag{2.22}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma} = 0, \tag{2.23}$$

$$\frac{\partial d}{\partial x}(K,\eta) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{\tau}} = \frac{DF_f}{DF_d F\sigma\sqrt{\tau}}, \tag{2.24}$$

$$\frac{\partial d}{\partial F}(K,\eta) = \frac{1}{F\sigma\sqrt{\tau}}, \tag{2.25}$$

$$\frac{\partial^2 d}{\partial x^2}(K,\eta) = -\frac{1}{x^2\sigma\sqrt{\tau}} = -\frac{DF_f^2}{DF_d^2 F^2\sigma\sqrt{\tau}}, \tag{2.26}$$

$$\frac{\partial^2 d}{\partial F^2}(K,\eta) = -\frac{1}{F^2\sigma\sqrt{\tau}}, \tag{2.27}$$

$$\frac{\partial d}{\partial t}(K,\eta) = \frac{-(r_d - r_f + \frac{1}{2}\eta\sigma^2)\sigma\sqrt{\tau} - d(K,\eta)\sigma\sqrt{\tau}\cdot\frac{-\sigma}{2\sqrt{\tau}}}{\sigma^2\tau} = \tag{2.28}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\sigma d(K,\eta) - (r_d - r_f + \frac{1}{2}\eta\sigma^2)\sqrt{\tau}}{\sigma\tau} = \frac{\frac{1}{2}\sigma d(K,\eta) - (\frac{1}{\tau}\ln(\frac{DF_f}{DF_d}) + \frac{1}{2}\eta\sigma^2)\sqrt{\tau}}{\sigma\tau}, \tag{2.29}$$

$$\frac{\partial d}{\partial \sigma}(K,\eta) = \frac{\eta\sigma\tau\sigma\sqrt{\tau} - d(K,\eta)\sigma\sqrt{\tau}\sqrt{\tau}}{\sigma^2\tau} = \frac{\eta\sigma\sqrt{\tau} - d(K,\eta)}{\sigma}, \tag{2.30}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x}(B,K,\omega) = -\frac{1}{x\sigma\sqrt{\tau}} = -\frac{DF_f}{DF_d F\sigma\sqrt{\tau}}, \tag{2.31}$$

$$\frac{\partial h}{\partial F}(B,K,\omega) = -\frac{1}{F\sigma\sqrt{\tau}}, \tag{2.32}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}(B,K,\omega) = \frac{1}{x^2\sigma\sqrt{\tau}} = \frac{DF_f^2}{DF_d^2F^2\sigma\sqrt{\tau}}, \tag{2.33}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial F^2}(B,K,\omega) = \frac{1}{F^2\sigma\sqrt{\tau}}, \tag{2.34}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t}(B,K,\omega) = \frac{-(r_d - r_f + \frac{1}{2}\omega\sigma^2)\sigma\sqrt{\tau} - h(B,K,\omega)\sigma\sqrt{\tau}\cdot\frac{-\sigma}{2\sqrt{\tau}}}{\sigma^2\tau} = \tag{2.35}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\sigma h(B,K,\omega) - (r_d - r_f + \frac{1}{2}\omega\sigma^2)\sqrt{\tau}}{\sigma\tau} = \frac{\frac{1}{2}\sigma h(B,K,\omega) - (\frac{1}{\tau}\ln(\frac{DF_f}{DF_d}) + \frac{1}{2}\omega\sigma^2)\sqrt{\tau}}{\sigma\tau}, \tag{2.36}$$

$$\frac{\partial h}{\partial \sigma}(B,K,\omega) = \frac{\omega\sigma\tau\sigma\sqrt{\tau} - h(B,K,\omega)\sigma\sqrt{\tau}\sqrt{\tau}}{\sigma^2\tau} = \frac{\omega\sigma\sqrt{\tau} - h(B,K,\omega)}{\sigma}, \tag{2.37}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta)) = \frac{\phi n(\phi d(K,\eta))}{x\sigma\sqrt{\tau}} = \frac{\phi DF_f n(\phi d(K,\eta))}{DF_d F\sigma\sqrt{\tau}}, \tag{2.38}$$

$$\frac{\partial}{\partial F}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta)) = \frac{\phi n(\phi d(K,\eta))}{F\sigma\sqrt{\tau}}, \tag{2.39}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta)) = -\frac{\phi n(\phi d(K,\eta))}{x^2\sigma\sqrt{\tau}}\Big(1 + \frac{\phi^2 d(K,\eta)}{\sigma\sqrt{\tau}}\Big) = -\frac{\phi DF_f^2 n(\phi d(K,\eta))}{DF_d^2F^2\sigma\sqrt{\tau}}\Big(1 + \frac{\phi^2 d(K,\eta)}{\sigma\sqrt{\tau}}\Big), \tag{2.40}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial F^2}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta)) = -\frac{\phi n(\phi d(K,\eta))}{F^2\sigma\sqrt{\tau}}\Big(1 + \frac{\phi^2 d(K,\eta)}{\sigma\sqrt{\tau}}\Big), \tag{2.41}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta)) = \frac{\phi n(\phi d(K,\eta))(\frac{1}{2}\sigma d(K,\eta) - (r_d - r_f + \frac{1}{2}\eta\sigma^2)\sqrt{\tau})}{\sigma\tau} = \tag{2.42}$$

$$= \frac{\phi n(\phi d(K,\eta))(\frac{1}{2}\sigma d(K,\eta) - (\frac{1}{\tau}(\ln(DF_f) - \ln(DF_d)) + \frac{1}{2}\eta\sigma^2)\sqrt{\tau})}{\sigma\tau}, \tag{2.43}$$

$$\frac{\partial}{\partial \sigma}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta)) = \frac{\phi n(\phi d(K,\eta))(\eta\sigma\sqrt{\tau} - d(K,\eta))}{\sigma}, \tag{2.44}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\mathcal{N}(\eta h(B,K,\omega)) = -\frac{\eta n(\eta h(B,K,\omega))}{x\sigma\sqrt{\tau}} = -\frac{\eta DF_f n(\eta h(B,K,\omega))}{DF_d F\sigma\sqrt{\tau}}, \tag{2.45}$$

$$\frac{\partial}{\partial F}\mathcal{N}(\eta h(B,K,\omega)) = -\frac{\eta n(\eta h(B,K,\omega))}{F\sigma\sqrt{\tau}}, \tag{2.46}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathcal{N}(\eta h(B,K,\omega)) = \frac{\eta n(\eta h(B,K,\omega))}{x^2\sigma\sqrt{\tau}}\Big(1 - \frac{\eta^2 h(B,K,\omega)}{\sigma\sqrt{\tau}}\Big) = \frac{\eta DF_f^2 n(\eta h(B,K,\omega))}{DF_d^2F^2\sigma\sqrt{\tau}}\Big(1 - \frac{\eta^2 h(B,K,\omega)}{\sigma\sqrt{\tau}}\Big), \tag{2.47}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial F^2}\mathcal{N}(\eta h(B,K,\omega)) = \frac{\eta n(\eta h(B,K,\omega))}{F^2\sigma\sqrt{\tau}}\Big(1 - \frac{\eta^2 h(B,K,\omega)}{\sigma\sqrt{\tau}}\Big), \tag{2.48}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{N}(\eta h(B,K,\omega)) = \frac{\eta n(\eta h(B,K,\omega))(\frac{1}{2}\sigma h(B,K,\omega) - (\frac{1}{\tau}(\ln(DF_f) - \ln(DF_d)) + \frac{1}{2}\omega\sigma^2)\sqrt{\tau})}{\sigma\tau}, \tag{2.49}$$

$$\frac{\partial}{\partial \sigma}\mathcal{N}(\eta h(B,K,\omega)) = \frac{\eta n(\eta h(B,K,\omega))(\omega\sigma\sqrt{\tau} - h(B,K,\omega))}{\sigma}, \tag{2.50}$$

$$\frac{\partial l}{\partial x}(B,\omega) = -\Big(\omega + \frac{2(r_d - r_f)}{\sigma^2}\Big)B^{\omega + \frac{2(r_d - r_f)}{\sigma^2}}x^{-(\omega + \frac{2(r_d - r_f)}{\sigma^2} + 1)} = \tag{2.51}$$

$$= -\Big(\omega + \frac{2(\ln(DF_f) - \ln(DF_d))}{\sigma^2\tau}\Big)B^{\omega + \frac{2(\ln(DF_f) - \ln(DF_d))}{\sigma^2\tau}}\Big(\frac{DF_dF}{DF_f}\Big)^{-(\omega + \frac{2(\ln(DF_f) - \ln(DF_d))}{\sigma^2\tau} + 1)}, \tag{2.52}$$

$$\frac{\partial l}{\partial F}(B,\omega) = -\Big(\omega + \frac{2(r_d - r_f)}{\sigma^2}\Big)\Big(\frac{DF_fB}{DF_d}\Big)^{\omega + \frac{2(r_d - r_f)}{\sigma^2}}F^{-(\omega + \frac{2(r_d - r_f)}{\sigma^2} + 1)} = \tag{2.53}$$

$$= -\Big(\omega + \frac{2(\ln(DF_f)-\ln(DF_d))}{\sigma^2}\Big)\Big(\frac{DF_f B}{DF_d}\Big)^{\omega + \frac{2(\ln(DF_f)-\ln(DF_d))}{\sigma^2\tau}} F^{-(\omega+\frac{2(\ln(DF_f)-\ln(DF_d))}{\sigma^2\tau}+1)}, \tag{2.54}$$

$$\frac{\partial^2 l}{\partial x^2}(B,\omega) = \Big(\omega + \frac{2(r_d - r_f)}{\sigma^2}\Big)\Big(\omega + \frac{2(r_d-r_f)}{\sigma^2}+1\Big)B^{\omega+\frac{2(r_d-r_f)}{\sigma^2}} x^{-(\omega+\frac{2(r_d-r_f)}{\sigma^2}+2)} = \tag{2.55}$$

$$= \Big(\omega + \frac{2(\ln(DF_f)-\ln(DF_d))}{\sigma^2\tau}\Big)\Big(\omega + \frac{2(\ln(DF_f)-\ln(DF_d))}{\sigma^2\tau}+1\Big)\cdot \tag{2.56}$$

$$\cdot B^{\omega+\frac{2(\ln(DF_f)-\ln(DF_d))}{\sigma^2\tau}}\Big(\frac{DF_d F}{DF_f}\Big)^{-(\omega+\frac{2(\ln(DF_f)-\ln(DF_d))}{\sigma^2\tau}+2)}, \tag{2.57}$$

$$\frac{\partial^2 l}{\partial F^2}(B,\omega) = \Big(\omega + \frac{2(r_d - r_f)}{\sigma^2}\Big)\Big(\omega + \frac{2(r_d-r_f)}{\sigma^2}+1\Big)\Big(\frac{DF_f B}{DF_d}\Big)^{\omega+\frac{2(r_d-r_f)}{\sigma^2}} F^{-(\omega+\frac{2(r_d-r_f)}{\sigma^2}+2)} = \tag{2.58}$$

$$= \Big(\omega + \frac{2(\ln(DF_f)-\ln(DF_d))}{\sigma^2\tau}\Big)\Big(\omega + \frac{2(\ln(DF_f)-\ln(DF_d))}{\sigma^2\tau}+1\Big)\cdot \tag{2.59}$$

$$\cdot\Big(\frac{DF_f B}{DF_d}\Big)^{\omega+\frac{2(\ln(DF_f)-\ln(DF_d))}{\sigma^2\tau}} F^{-(\omega+\frac{2(\ln(DF_f)-\ln(DF_d))}{\sigma^2\tau}+2)}, \tag{2.60}$$

$$\frac{\partial l}{\partial t}(B,\omega) = 0, \tag{2.61}$$

$$\frac{\partial l}{\partial \sigma}(B,\omega) = \frac{-4(r_d-r_f)}{\sigma^3}\Big(\frac{B}{x}\Big)^{\omega+\frac{2(r_d-r_f)}{\sigma^2}} \ln\Big(\frac{B}{x}\Big) = \tag{2.62}$$

$$= \frac{-4(\ln(DF_f)-\ln(DF_d))}{\sigma^3\tau}\Big(\frac{DF_f B}{DF_d F}\Big)^{\omega+\frac{2(\ln(DF_f)-\ln(DF_d))}{\sigma^2\tau}} \ln\Big(\frac{DF_f B}{DF_d F}\Big). \tag{2.63}$$

Nie będziemy bezpośrednio obliczać pochodnych z B_1, B_2, A_1, A_2, A_3 i A_4. W wielu przypadkach są to bardzo skomplikowane wyrażenia, zadowolimy się więc postacią wynikającą z różniczkowania iloczynu funkcji: zapiszemy je w postaci zawierającej wcześniej obliczone funkcje i pochodne z nich. Mamy zatem:

$$\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,\phi,\eta) = \phi\frac{\partial}{\partial x}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta)), \tag{2.64}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial F}(K,\phi,\eta) = \phi\frac{\partial}{\partial F}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta)), \tag{2.65}$$

$$\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}(K,\phi,\eta) = \phi\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta)), \tag{2.66}$$

$$\frac{\partial^2 B_1}{\partial F^2}(K,\phi,\eta) = \phi\frac{\partial^2}{\partial F^2}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta)), \tag{2.67}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial t}(K,\phi,\eta) = \phi\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))), \tag{2.68}$$

$$\frac{\partial B_1}{\partial \sigma}(K,\phi,\eta) = \phi\frac{\partial}{\partial \sigma}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta)), \tag{2.69}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial x}(B,K,\phi,\eta,\omega) = \phi\frac{\partial}{\partial x}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))l(B,\omega) + \phi\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))\frac{\partial l}{\partial x}(B,\omega), \tag{2.70}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial F}(B,K,\phi,\eta,\omega) = \phi\frac{\partial}{\partial F}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))l(B,\omega) + \phi\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))\frac{\partial l}{\partial F}(B,\omega), \tag{2.71}$$

$$\frac{\partial^2 B_2}{\partial x^2}(B,K,\phi,\eta,\omega) = \phi\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))l(B,\omega) + 2\phi\frac{\partial}{\partial x}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))\frac{\partial l}{\partial x}(B,\omega) + \phi\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))\frac{\partial^2 l}{\partial x^2}(B,\omega), \tag{2.72}$$

$$\frac{\partial^2 B_2}{\partial F^2}(B,K,\phi,\eta,\omega) = \phi\frac{\partial^2}{\partial F^2}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))l(B,\omega) + 2\phi\frac{\partial}{\partial F}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))\frac{\partial l}{\partial F}(B,\omega) + \phi\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))\frac{\partial^2 l}{\partial F^2}(B,\omega), \tag{2.73}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial t}(B,K,\phi,\eta,\omega) = \phi\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))l(B,\omega) + \phi\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))\frac{\partial l}{\partial t}(B,\omega) \tag{2.74}$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial \sigma}(B,K,\phi,\eta,\omega) = \phi\frac{\partial}{\partial \sigma}\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))l(B,\omega) + \phi\mathcal{N}(\phi d(K,\eta))\frac{\partial l}{\partial \sigma}(B,\omega) \tag{2.75}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial x}(K,\phi) = \frac{\partial F}{\partial x}B_1(K,\phi,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,\phi,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,\phi,-1), \tag{2.76}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial F}(K,\phi) = \frac{\partial F}{\partial F}B_1(K,\phi,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial F}(K,\phi,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,\phi,-1), \tag{2.77}$$

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2}(K,\phi) = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}B_1(K,\phi,1) + 2\frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,\phi,1) + F\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}(K,\phi,1) - K\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}(K,\phi,-1), \tag{2.78}$$

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial F^2}(K,\phi) = \frac{\partial^2 F}{\partial F^2}B_1(K,\phi,1) + 2\frac{\partial F}{\partial F}\frac{\partial B_1}{\partial F}(K,\phi,1) + F\frac{\partial^2 B_1}{\partial F^2}(K,\phi,1) - K\frac{\partial^2 B_1}{\partial F^2}(K,\phi,-1), \tag{2.79}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial t}(K,\phi) = \frac{\partial F}{\partial t}B_1(K,\phi,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial t}(K,\phi,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial t}(K,\phi,-1), \tag{2.80}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial \sigma}(K,\phi) = \frac{\partial F}{\partial \sigma}B_1(K,\phi,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial \sigma}(K,\phi,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial \sigma}(K,\phi,-1), \tag{2.81}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial x}(B,K,\phi) = \frac{\partial F}{\partial x}B_1(B,\phi,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial x}(B,\phi,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial x}(B,\phi,-1), \tag{2.82}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial F}(B,K,\phi) = \frac{\partial F}{\partial F}B_1(B,\phi,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial F}(B,\phi,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial F}(B,\phi,-1), \tag{2.83}$$

$$\frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2}(B,K,\phi) = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}B_1(B,\phi,1) + 2\frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial B_1}{\partial x}(B,\phi,1) + F\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}(B,\phi,1) - K\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}(B,\phi,-1), \tag{2.84}$$

$$\frac{\partial^2 A_2}{\partial F^2}(B,K,\phi) = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}B_1(B,\phi,1) + 2\frac{\partial F}{\partial F}\frac{\partial B_1}{\partial F}(B,\phi,1) + F\frac{\partial^2 B_1}{\partial F^2}(B,\phi,1) - K\frac{\partial^2 B_1}{\partial F^2}(B,\phi,-1), \tag{2.85}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial t}(B,K,\phi) = \frac{\partial F}{\partial t}B_1(B,\phi,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial t}(B,\phi,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial t}(B,\phi,-1), \tag{2.86}$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial \sigma}(B,K,\phi) = \frac{\partial F}{\partial \sigma}B_1(B,\phi,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial \sigma}(B,\phi,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial \sigma}(B,\phi,-1), \tag{2.87}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial x}(B,K,\phi,\eta) = \frac{\partial F}{\partial x}B_2(B,K,\phi,\eta,1) + F\frac{\partial B_2}{\partial x}(B,K,\phi,\eta,1) - K\frac{\partial B_2}{\partial x}(B,K,\phi,\eta,-1), \tag{2.88}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial F}(B,K,\phi,\eta) = \frac{\partial F}{\partial F}B_2(B,K,\phi,\eta,1) + F\frac{\partial B_2}{\partial F}(B,K,\phi,\eta,1) - K\frac{\partial B_2}{\partial F}(B,K,\phi,\eta,-1), \tag{2.89}$$

$$\frac{\partial^2 A_3}{\partial x^2}(B,K,\phi,\eta) = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}B_2(B,K,\phi,\eta,1) + 2\frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial B_2}{\partial x}(B,K,\phi,\eta,1)+ \tag{2.90}$$

$$+F\frac{\partial^2 B_2}{\partial x^2}(B,K,\phi,\eta,1) - K\frac{\partial^2 B_2}{\partial x^2}(B,K,\phi,\eta,-1), \tag{2.91}$$

$$\frac{\partial^2 A_3}{\partial F^2}(B,K,\phi,\eta) = \frac{\partial^2 F}{\partial F^2}B_2(B,K,\phi,\eta,1) + 2\frac{\partial F}{\partial F}\frac{\partial B_2}{\partial F}(B,K,\phi,\eta,1)+ \tag{2.92}$$

$$+F\frac{\partial^2 B_2}{\partial F^2}(B,K,\phi,\eta,1) - K\frac{\partial^2 B_2}{\partial F^2}(B,K,\phi,\eta,-1), \tag{2.93}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial t}(B,K,\phi,\eta) = \frac{\partial F}{\partial t}B_2(B,K,\phi,\eta,1) + F\frac{\partial B_2}{\partial t}(B,K,\phi,\eta,1) - K\frac{\partial B_2}{\partial t}(B,K,\phi,\eta,-1), \tag{2.94}$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial \sigma}(B,K,\phi,\eta) = \frac{\partial F}{\partial \sigma}B_2(B,K,\phi,\eta,1) + F\frac{\partial B_2}{\partial \sigma}(B,K,\phi,\eta,1) - K\frac{\partial B_2}{\partial \sigma}(B,K,\phi,\eta,-1), \tag{2.95}$$

$$\frac{\partial A_4}{\partial x}(B,K,\phi,\eta) = \frac{\partial F}{\partial x}B_2(B,B,\phi,\eta,1) + F\frac{\partial B_2}{\partial x}(B,B,\phi,\eta,1) - K\frac{\partial B_2}{\partial x}(B,B,\phi,\eta,-1), \tag{2.96}$$

$$\frac{\partial A_4}{\partial F}(B,K,\phi,\eta) = \frac{\partial F}{\partial F}B_2(B,B,\phi,\eta,1) + F\frac{\partial B_2}{\partial F}(B,B,\phi,\eta,1) - K\frac{\partial B_2}{\partial F}(B,B,\phi,\eta,-1), \tag{2.97}$$

$$\frac{\partial^2 A_4}{\partial x^2}(B,K,\phi,\eta) = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}B_2(B,B,\phi,\eta,1) + 2\frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial B_2}{\partial x}(B,B,\phi,\eta,1)+ \tag{2.98}$$

$$+F\frac{\partial^2 B_2}{\partial x^2}(B,B,\phi,\eta,1) - K\frac{\partial^2 B_2}{\partial x^2}(B,B,\phi,\eta,-1), \tag{2.99}$$

$$\frac{\partial^2 A_4}{\partial F^2}(B,K,\phi,\eta) = \frac{\partial^2 F}{\partial F^2}B_2(B,B,\phi,\eta,1) + 2\frac{\partial F}{\partial F}\frac{\partial B_2}{\partial F}(B,B,\phi,\eta,1)+ \tag{2.100}$$

$$+F\frac{\partial^2 B_2}{\partial F^2}(B,B,\phi,\eta,1) - K\frac{\partial^2 B_2}{\partial F^2}(B,B,\phi,\eta,-1), \tag{2.101}$$

$$\frac{\partial A_4}{\partial t}(B,K,\phi,\eta) = \frac{\partial F}{\partial t}B_2(B,B,\phi,\eta,1) + F\frac{\partial B_2}{\partial t}(B,B,\phi,\eta,1) - K\frac{\partial B_2}{\partial t}(B,B,\phi,\eta,-1), \tag{2.102}$$

$$\frac{\partial A_4}{\partial \sigma}(B,K,\phi,\eta) = \frac{\partial F}{\partial \sigma}B_2(B,B,\phi,\eta,1) + F\frac{\partial B_2}{\partial \sigma}(B,B,\phi,\eta,1) - K\frac{\partial B_2}{\partial \sigma}(B,B,\phi,\eta,-1). \tag{2.103}$$

2.2. Opcje call i put

Rozpoczniemy od opisania dwóch najprostszych opcji: kupna i sprzedaży.

1. Opcja call.
• Dodatkowy parametr: $K > 0$ (cena wykonania).
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{call}(S_T, K) = (S_T - K) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T > K\}}. \tag{2.104}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{call}(K) = e^{-r_d \tau}(F\mathcal{N}(d(K,1)) - K\mathcal{N}(d(K,-1))). \tag{2.105}$$

Powyższy wzór pochodzi z [8]; można go znaleźć także w [2], [3] oraz [5], jednak występuje on tam pod nieco innymi postaciami (m. in. pojawia się tam wolna od ryzyka stopa procentowa r zamiast r_d oraz stopa dywidendy δ zamiast r_f). Po uwzględnieniu w (2.105) oznaczeń z pierwszego rozdziału dostajemy

$$V_{call}(K) = DF_d(F\mathcal{N}(d(K,1)) - K\mathcal{N}(d(K,-1))) = DF_d(FB_1(K,1,1) - KB_1(K,1,-1)). \tag{2.106}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{call}(K) = DF_d\Big(\frac{\partial F}{\partial x}B_1(K,1,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,1,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,1,-1)\Big), \tag{2.107}$$

$$\Delta^{(F)}_{call}(K) = DF_d\Big(\frac{\partial F}{\partial F}B_1(K,1,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial F}(K,1,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial F}(K,1,-1)\Big), \tag{2.108}$$

$$\Gamma_{call}(K) = DF_d\Big(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}B_1(K,1,1) + 2\frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,1,1) + F\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}(K,1,1) - K\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}(K,1,-1)\Big), \tag{2.109}$$

$$\Gamma_{call}(K) = DF_d\Big(\frac{\partial^2 F}{\partial F^2}B_1(K,1,1) + 2\frac{\partial F}{\partial F}\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,1,1) + F\frac{\partial^2 B_1}{\partial F^2}(K,1,1) - K\frac{\partial^2 B_1}{\partial F^2}(K,1,-1)\Big), \tag{2.110}$$

$$\Theta_{call}(K) = \frac{\partial DF_d}{\partial t}(FB_1(K,1,1) - KB_1(K,1,-1)) + DF_d\Big(\frac{\partial F}{\partial t}B_1(K,1,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial t}(K,1,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial t}(K,1,-1)\Big), \tag{2.111}$$

$$\mathcal{V}_{call}(K) = DF_d\Big(\frac{\partial F}{\partial \sigma}B_1(K,1,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial \sigma}(K,1,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial \sigma}(K,1,-1)\Big). \tag{2.112}$$

Wzory (2.107) - (2.112) wynikają bezpośrednio z (2.106) (wszystkie pochodne cząstkowe zostały już obliczone w podrozdziale 2.1).
• Obliczając cenę bid należy skorzystać ze wzoru (2.106), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,ask}$ oraz kurs forward $F = F_{bid}$, a ponadto we wzorach na $B_1(K,1,1)$ i $B_1(K,1,-1)$ uwzględniamy $F = F_{bid}$:

$$V^{bid}_{call}(K) = DF_{d,ask}(F_{bid}B_1(K,1,1) - KB_1(K,1,-1)). \tag{2.113}$$

• Obliczając cenę ask należy skorzystać ze wzoru (2.106), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,bid}$ oraz kurs forward $F = F_{ask}$, a ponadto we wzorach na $B_1(K,1,1)$ i $B_1(K,1,-1)$ uwzględniamy $F = F_{ask}$:

$$V^{ask}_{call}(K) = DF_{d,bid}(F_{ask}B_1(K,1,1) - KB_1(K,1,-1)). \tag{2.114}$$

• Obliczając parametry greckie bid i ask należy skorzystać ze wzorów (2.107) - (2.112) z uwzględnieniem takich samych uwag jak w przypadku cen bid oraz ask.

2. Opcja put.
• Dodatkowy parametr: $K > 0$ (cena wykonania).
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{put}(S_T, K) = (K - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T < K\}}. \tag{2.115}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{put}(K) = -e^{-r_d \tau}(F\mathcal{N}(-d(K,1)) - K\mathcal{N}(-d(K,-1))). \tag{2.116}$$

Powyższy wzór pochodzi z [8]; można go znaleźć także w [2], [3] oraz [5], jednak występuje on tam pod nieco innymi postaciami (m. in. pojawia się tam wolna od ryzyka stopa procentowa r zamiast r_d oraz stopa dywidendy δ zamiast r_f). Po uwzględnieniu w (2.116) oznaczeń z pierwszego rozdziału dostajemy

$$V_{put}(K) = -DF_d(F\mathcal{N}(-d(K,1)) - K\mathcal{N}(-d(K,-1))) = DF_d(FB_1(K,-1,1) - KB_1(K,-1,-1)). \tag{2.117}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{put}(K) = DF_d\Big(\frac{\partial F}{\partial x}B_1(K,-1,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,-1,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,-1,-1)\Big), \tag{2.118}$$

$$\Delta_{put}^{(F)}(K) = DF_d\Big(\frac{\partial F}{\partial F}B_1(K,-1,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial F}(K,-1,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial F}(K,-1,-1)\Big), \tag{2.119}$$

$$\Gamma_{put}(K) = DF_d\Big(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}B_1(K,-1,1) + 2\frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,-1,1) + F\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}(K,-1,1) - K\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}(K,-1,-1)\Big), \tag{2.120}$$

$$\Gamma_{put}(K) = DF_d\Big(\frac{\partial^2 F}{\partial F^2}B_1(K,-1,1) + 2\frac{\partial F}{\partial F}\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,-1,1) + F\frac{\partial^2 B_1}{\partial F^2}(K,-1,1) - K\frac{\partial^2 B_1}{\partial F^2}(K,-1,-1)\Big), \tag{2.121}$$

$$\Theta_{put}(K) = \frac{\partial DF_d}{\partial t}(FB_1(K,-1,1) - KB_1(K,-1,-1)) + DF_d\Big(\frac{\partial F}{\partial t}B_1(K,-1,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial t}(K,-1,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial t}(K,-1,-1)\Big), \tag{2.122}$$

$$\mathcal{V}_{put}(K) = DF_d\Big(\frac{\partial F}{\partial \sigma}B_1(K,-1,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial \sigma}(K,-1,1) - K\frac{\partial B_1}{\partial \sigma}(K,-1,-1)\Big). \tag{2.123}$$

Wzory (2.118) - (2.123) wynikają bezpośrednio z (2.117) (wszystkie pochodne cząstkowe zostały już obliczone w podrozdziale 2.1).
• Obliczając cenę bid należy skorzystać ze wzoru (2.117), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,ask}$ oraz kurs forward $F = F_{ask}$, a ponadto we wzorach na $B_1(K,-1,1)$ i $B_1(K,-1,-1)$ uwzględniamy $F = F_{ask}$:

$$V_{put}^{bid}(K) = DF_{d,ask}(F_{ask}B_1(K,1,1) - KB_1(K,1,-1)). \tag{2.124}$$

• Obliczając cenę ask należy skorzystać ze wzoru (2.117), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,bid}$ oraz kurs forward $F = F_{bid}$, a ponadto we wzorach na $B_1(K,-1,1)$ i $B_1(K,-1,-1)$ uwzględniamy $F = F_{bid}$:

$$V_{put}^{ask}(K) = DF_{d,bid}(F_{bid}B_1(K,1,1) - KB_1(K,1,-1)). \tag{2.125}$$

• Obliczając parametry greckie bid i ask należy skorzystać ze wzorów (2.118) - (2.123) z uwzględnieniem takich samych uwag jak w przypadku cen bid oraz ask.

2.3. Portfele opcji call i put

W dalszej kolejności opiszemy kilka innych popularnych opcji. Składają się one z długich i krótkich pozycji w call i put, dzięki czemu ich wartości i parametry greckie będziemy mogli łatwo obliczyć, dodając i odejmując odpowiednie wielkości obliczone dla opcji kupna i sprzedaży.

3. Opcja risk reversal.
• Dodatkowe parametry: K_1, $K_2 > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{riskrev}(S_T, K_1, K_2) = (S_T - K_2) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T > K_2\}} - (K_1 - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T < K_1\}} = H_{call}(S_T, K_2) - H_{put}(S_T, K_1). \quad (2.126)$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{riskrev}(K_1, K_2) = V_{call}(K_2) - V_{put}(K_1). \quad (2.127)$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{riskrev}(K_1, K_2) = \Delta_{call}(K_2) - \Delta_{put}(K_1), \quad (2.128)$$

$$\Delta^{(F)}_{riskrev}(K_1, K_2) = \Delta^{(F)}_{call}(K_2) - \Delta^{(F)}_{put}(K_1), \quad (2.129)$$

$$\Gamma_{riskrev}(K_1, K_2) = \Gamma_{call}(K_2) - \Gamma_{put}(K_1), \quad (2.130)$$

$$\Gamma^{(F)}_{riskrev}(K_1, K_2) = \Gamma^{(F)}_{call}(K_2) - \Gamma^{(F)}_{put}(K_1), \quad (2.131)$$

$$\Theta_{riskrev}(K_1, K_2) = \Theta_{call}(K_2) - \Theta_{put}(K_1), \quad (2.132)$$

$$\mathcal{V}_{riskrev}(K_1, K_2) = \mathcal{V}_{call}(K_2) - \mathcal{V}_{put}(K_1). \quad (2.133)$$

Wzory (2.127) - (2.133) wynikają bezpośrednio z (2.126).
• Obliczając cenę bid należy skorzystać ze wzoru (2.127), przy czym uwzględniamy w nim ceny bid instrumentów z długą pozycją i ceny ask instrumentów z krótką pozycją:

$$V^{bid}_{riskrev}(K_1, K_2) = V^{bid}_{call}(K_2) - V^{ask}_{put}(K_1). \quad (2.134)$$

• Obliczając cenę ask należy skorzystać ze wzoru (2.127), przy czym uwzględniamy w nim ceny ask instrumentów z długą pozycją i cenę ask instrumentów z krótką pozycją:

$$V^{ask}_{riskrev}(K_1, K_2) = V^{ask}_{call}(K_2) - V^{bid}_{put}(K_1). \quad (2.135)$$

• Obliczając parametry greckie bid i ask należy skorzystać ze wzorów (2.128) - (2.133) z uwzględnieniem takich samych uwag jak w przypadku cen bid oraz ask.

4. Opcja straddle.
• Dodatkowy parametr: $K > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{straddle}(S_T, K) = (S_T - K) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T > K\}} + (K - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T < K\}} = H_{call}(S_T, K) + H_{put}(S_T, K). \quad (2.136)$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{straddle}(K) = V_{call}(K) + V_{put}(K). \quad (2.137)$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{straddle}(K) = \Delta_{call}(K) + \Delta_{put}(K), \quad (2.138)$$

$$\Delta^{(F)}_{straddle}(K) = \Delta^{(F)}_{call}(K) + \Delta^{(F)}_{put}(K), \quad (2.139)$$

$$\Gamma_{straddle}(K) = \Gamma_{call}(K) + \Gamma_{put}(K), \quad (2.140)$$

$$\Gamma_{straddle}(K)^{(F)} = \Gamma^{(F)}_{call}(K) + \Gamma^{(F)}_{put}(K), \quad (2.141)$$

$$\Theta_{straddle}(K) = \Theta_{call}(K) + \Theta_{put}(K), \quad (2.142)$$

$$\mathcal{V}_{straddle}(K) = \mathcal{V}_{call}(K) + \mathcal{V}_{put}(K). \quad (2.143)$$

Wzory (2.137) - (2.143) wynikają bezpośrednio z (2.136).
• Obliczając cenę bid należy skorzystać ze wzoru (2.137), przy czym uwzględniamy w nim ceny bid wszystkich instrumentów:

$$V^{bid}_{straddle}(K) = V^{bid}_{call}(K) + V^{bid}_{put}(K). \quad (2.144)$$

• Obliczając cenę ask należy skorzystać ze wzoru (2.137), przy czym uwzględniamy w nim ceny ask wszystkich instrumentów:

$$V_{straddle}^{ask}(K) = V_{call}^{ask}(K) + V_{put}^{ask}(K). \tag{2.145}$$

• Obliczając parametry greckie bid i ask należy skorzystać ze wzorów (2.138) - (2.143) z uwzględnieniem takich samych uwag jak w przypadku cen bid oraz ask.

5. Opcja strangle.
• Dodatkowe parametry: $K_1,\ K_2 > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{strangle}(S_T, K_1, K_2) = (S_T - K_2) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T > K_2\}} + (K_1 - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T < K_1\}} = H_{call}(S_T, K_2) + H_{put}(S_T, K_1). \tag{2.146}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{strangle}(K_1, K_2) = V_{call}(K_2) + V_{put}(K_1). \tag{2.147}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{strangle}(K_1, K_2) = \Delta_{call}(K_2) + \Delta_{put}(K_1), \tag{2.148}$$

$$\Delta_{strangle}^{(F)}(K_1, K_2) = \Delta_{call}^{(F)}(K_2) + \Delta_{put}^{(F)}(K_1), \tag{2.149}$$

$$\Gamma_{strangle}(K_1, K_2) = \Gamma_{call}(K_2) + \Gamma_{put}(K_1), \tag{2.150}$$

$$\Gamma_{strangle}^{(F)}(K_1, K_2) = \Gamma_{call}^{(F)}(K_2) + \Gamma_{put}^{(F)}(K_1), \tag{2.151}$$

$$\Theta_{strangle}(K_1, K_2) = \Theta_{call}(K_2) + \Theta_{put}(K_1), \tag{2.152}$$

$$\mathcal{V}_{strangle}(K_1, K_2) = \mathcal{V}_{call}(K_2) + \mathcal{V}_{put}(K_1). \tag{2.153}$$

Wzory (2.147) - (2.153) wynikają bezpośrednio z (2.146).
• Obliczając cenę bid należy skorzystać ze wzoru (2.147), przy czym uwzględniamy w nim ceny bid wszystkich instrumentów:

$$V_{strangle}^{bid}(K_2, K_1) = V_{call}^{bid}(K_2) + V_{put}^{bid}(K_1). \tag{2.154}$$

• Obliczając cenę ask należy skorzystać ze wzoru (2.147), przy czym uwzględniamy w nim ceny ask wszystkich instrumentów:

$$V_{strangle}^{ask}(K_2, K_1) = V_{call}^{ask}(K_2) + V_{put}^{ask}(K_1). \tag{2.155}$$

• Obliczając parametry greckie bid i ask należy skorzystać ze wzorów (2.148) - (2.153) z uwzględnieniem takich samych uwag jak w przypadku cen bid oraz ask.

6. Opcja butterfly.
• Dodatkowe parametry: $K_1,\ K_2 > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{butterfly}(S_T, K_1, K_2) = (S_T - K_1) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T > K_1\}} + (S_T - K_2) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T > K_2\}} + \tag{2.156}$$

$$-2(S_T - \frac{K_1 + K_2}{2}) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T > \frac{K_1+K_2}{2}\}} = H_{call}(S_T, K_1) + H_{call}(S_T, K_2) - 2H_{call}(S_T, \frac{K_1 + K_2}{2}). \tag{2.157}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{butterfly}(K_1, K_2) = V_{call}(K_1) + V_{call}(K_2) - 2V_{call}(\frac{K_1 + K_2}{2}). \tag{2.158}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{butterfly}(K_1, K_2) = \Delta_{call}(K_1) + \Delta_{call}(K_2) - 2\Delta_{call}(\frac{K_1 + K_2}{2}), \tag{2.159}$$

$$\Delta_{butterfly}^{(F)}(K_1, K_2) = \Delta_{call}^{(F)}(K_1) + \Delta_{call}^{(F)}(K_2) - 2\Delta_{call}^{(F)}(\frac{K_1 + K_2}{2}), \tag{2.160}$$

$$\Gamma_{butterfly}(K_1, K_2) = \Gamma_{call}(K_1) + \Gamma_{call}(K_2) - 2\Gamma_{call}(\frac{K_1 + K_2}{2}), \tag{2.161}$$

$$\Gamma^{(F)}_{butterfly}(K_1,K_2) = \Gamma^{(F)}_{call}(K_1) + \Gamma^{(F)}_{call}(K_2) - 2\Gamma^{(F)}_{call}(\frac{K_1+K_2}{2}), \tag{2.162}$$

$$\Theta_{butterfly}(K_1,K_2) = \Theta_{call}(K_1) + \Theta_{call}(K_2) - 2\Theta_{call}(\frac{K_1+K_2}{2}), \tag{2.163}$$

$$\mathcal{V}_{butterfly}(K_1,K_2) = \mathcal{V}_{call}(K_1) + \mathcal{V}_{call}(K_2) - 2\mathcal{V}_{call}(\frac{K_1+K_2}{2}). \tag{2.164}$$

Wzory (2.158) - (2.164) wynikają bezpośrednio z (2.156) i (2.157).
• Obliczając cenę bid należy skorzystać ze wzoru (2.158), przy czym uwzględniamy w nim ceny bid instrumentów z długą pozycją i ceny ask instrumentów z krótką pozycją:

$$V^{bid}_{butterfly}(K_1,K_2) = V^{bid}_{call}(K_1) + V^{bid}_{call}(K_2) - 2V^{ask}_{call}(\frac{K_1+K_2}{2}). \tag{2.165}$$

• Obliczając cenę ask należy skorzystać ze wzoru (2.158), przy czym uwzględniamy w nim ceny ask instrumentów z długą pozycją i cenę ask instrumentów z krótką pozycją:

$$V^{ask}_{butterfly}(K_1,K_2) = V^{ask}_{call}(K_1) + V^{ask}_{call}(K_2) - 2V^{bid}_{call}(\frac{K_1+K_2}{2}). \tag{2.166}$$

• Obliczając parametry greckie bid i ask należy skorzystać ze wzorów (2.159) - (2.164) z uwzględnieniem takich samych uwag jak w przypadku cen bid oraz ask.

7. Opcja seagull.
• Dodatkowe parametry: K_1, K_2, $K_3 > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{seagull}(S_T,K_1,K_2,K_3) = (S_T - K_2)\cdot \mathbb{1}_{\{S_T>K_2\}} - (S_T - K_3)\cdot \mathbb{1}_{\{S_T>K_3\}} + \tag{2.167}$$

$$-(K_1 - S_T)\cdot \mathbb{1}_{\{S_T<K_1\}} = H_{call}(S_T,K_2) - H_{call}(S_T,K_3) - H_{put}(S_T,K_1). \tag{2.168}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0,T)$:

$$V_{seagull}(K_1,K_2,K_3) = V_{call}(K_2) - V_{call}(K_3) - V_{put}(K_1). \tag{2.169}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{seagull}(K_1,K_2,K_3) = \Delta_{call}(K_2) - \Delta_{call}(K_3) - \Delta_{put}(K_1), \tag{2.170}$$

$$\Delta^{(F)}_{seagull}(K_1,K_2,K_3) = \Delta^{(F)}_{call}(K_2) - \Delta^{(F)}_{call}(K_3) - \Delta^{(F)}_{put}(K_1), \tag{2.171}$$

$$\Gamma_{seagull}(K_1,K_2,K_3) = \Gamma_{call}(K_2) - \Gamma_{call}(K_3) - \Gamma_{put}(K_1), \tag{2.172}$$

$$\Gamma^{(F)}_{seagull}(K_1,K_2,K_3) = \Gamma^{(F)}_{call}(K_2) - \Gamma^{(F)}_{call}(K_3) - \Gamma^{(F)}_{put}(K_1), \tag{2.173}$$

$$\Theta_{seagull}(K_1,K_2,K_3) = \Theta_{call}(K_2) - \Theta_{call}(K_3) - \Theta_{put}(K_1), \tag{2.174}$$

$$\mathcal{V}_{seagull}(K_1,K_2,K_3) = \mathcal{V}_{call}(K_2) - \mathcal{V}_{call}(K_3) - \mathcal{V}_{put}(K_1). \tag{2.175}$$

Wzory (2.169) - (2.175) wynikają bezpośrednio z (2.167) i (2.168).
• Obliczając cenę bid należy skorzystać ze wzoru (2.169), przy czym uwzględniamy w nim ceny bid instrumentów z długą pozycją i ceny ask instrumentów z krótką pozycją:

$$V^{bid}_{seagull}(K_1,K_2) = V^{bid}_{call}(K_2) - V^{ask}_{call}(K_3) - V^{ask}_{put}(K_1). \tag{2.176}$$

• Obliczając cenę ask należy skorzystać ze wzoru (2.169), przy czym uwzględniamy w nim ceny ask instrumentów z długą pozycją i cenę ask instrumentów z krótką pozycją:

$$V^{ask}_{seagull}(K_1,K_2) = V^{ask}_{call}(K_2) - V^{bid}_{call}(K_3) - V^{bid}_{put}(K_1). \tag{2.177}$$

• Obliczając parametry greckie bid i ask należy skorzystać ze wzorów (2.170) - (2.175) z uwzględnieniem takich samych uwag jak w przypadku cen bid oraz ask.

2.4. Opcje digital

Przechodzimy od omówienia opcji egzotycznych. Na początek przedstawimy cztery instrumenty typu digital (opcje binarne). Wzory na ich ceny wyprowadza się analogicznie jak w przypadku call i put (odpowiednie formuły przedstawione są np. w [3]).

8. Opcja cash-or-nothing call.
• Dodatkowe parametry: $K > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty FOR):

$$H_{concall}(S_T, K) = \mathbb{1}_{\{S_T > K\}}. \tag{2.178}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{concall}(K) = e^{-r_d \tau} \mathcal{N}(d(K, -1)). \tag{2.179}$$

Powyższy wzór pochodzi z [3]; można go znaleźć także w [6], jednak występuje on tam pod nieco inną postacią (m. in. pojawia się tam wolna od ryzyka stopa procentowa r zamiast r_d oraz stopa dywidendy δ zamiast r_f). Po uwzględnieniu w (2.179) oznaczeń z pierwszego rozdziału dostajemy

$$V_{concall}(K) = DF_d \mathcal{N}(d(K, -1)) = DF_d B_1(K, 1, -1). \tag{2.180}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{concall}(K) = DF_d \frac{\partial B_1}{\partial x}(K, 1, -1), \tag{2.181}$$

$$\Delta^{(F)}_{concall}(K) = DF_d \frac{\partial B_1}{\partial F}(K, 1, -1), \tag{2.182}$$

$$\Gamma_{concall}(K) = DF_d \frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}(K, 1, -1), \tag{2.183}$$

$$\Gamma^{(F)}_{concall}(K) = DF_d \frac{\partial^2 B_1}{\partial F^2}(K, 1, -1), \tag{2.184}$$

$$\Theta_{concall}(K) = \frac{\partial DF_d}{\partial t} B_1(K, 1, -1) + DF_d \frac{\partial B_1}{\partial t}(K, 1, -1), \tag{2.185}$$

$$\mathcal{V}_{concall}(K) = DF_d \frac{\partial B_1}{\partial \sigma}(K, 1, -1). \tag{2.186}$$

Wzory (2.181) - (2.186) wynikają bezpośrednio z (2.180) (wszystkie pochodne cząstkowe zostały już obliczone w podrozdziale 2.1).
• Obliczając cenę bid należy skorzystać ze wzoru (2.180), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,ask}$ oraz we wzorze na $B_1(K, 1, -1)$ uwzględniamy $F = F_{bid}$:

$$V^{bid}_{concall}(K) = DF_{d,ask} B_1(K, 1, -1). \tag{2.187}$$

• Obliczając cenę ask należy skorzystać ze wzoru (2.180), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,bid}$ oraz we wzorze na $B_1(K, 1, -1)$ uwzględniamy $F = F_{ask}$:

$$V^{ask}_{concall}(K) = DF_{d,bid} B_1(K, 1, -1). \tag{2.188}$$

• Obliczając parametry greckie bid i ask należy skorzystać ze wzorów (2.181) - (2.186) z uwzględnieniem takich samych uwag jak w przypadku cen bid oraz ask.

9. Opcja cash-or-nothing put.
• Dodatkowe parametry: $K > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty FOR):

$$H_{conput}(S_T, K) = \mathbb{1}_{\{S_T < K\}}. \tag{2.189}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{conput}(K) = e^{-r_d \tau} \mathcal{N}(-d(K, -1)). \tag{2.190}$$

Powyższy wzór pochodzi z [3]; można go znaleźć także w [6], jednak występuje on tam pod nieco inną postacią (m. in. pojawia się tam wolna od ryzyka stopa procentowa r zamiast r_d oraz stopa dywidendy δ zamiast r_f). Po uwzględnieniu w (2.190) oznaczeń z pierwszego rozdziału dostajemy

$$V_{conput}(K) = DF_d \mathcal{N}(-d(K, -1)) = -DF_d B_1(K, -1, -1). \tag{2.191}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{conput}(K) = -DF_d \frac{\partial B_1}{\partial x}(K, -1, -1), \tag{2.192}$$

$$\Delta^{(F)}_{conput}(K) = -DF_d \frac{\partial B_1}{\partial F}(K, -1, -1), \tag{2.193}$$

$$\Gamma_{conput}(K) = -DF_d \frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}(K, -1, -1), \tag{2.194}$$

$$\Gamma^{(F)}_{conput}(K) = -DF_d \frac{\partial^2 B_1}{\partial F^2}(K, -1, -1), \tag{2.195}$$

$$\Theta_{conput}(K) = -\frac{\partial DF_d}{\partial t} B_1(K, -1, -1) - DF_d \frac{\partial B_1}{\partial t}(K, -1, -1), \tag{2.196}$$

$$\mathcal{V}_{conput}(K) = -DF_d \frac{\partial B_1}{\partial \sigma}(K, -1, -1). \tag{2.197}$$

Wzory (2.192) - (2.197) wynikają bezpośrednio z (2.191) (wszystkie pochodne cząstkowe zostały już obliczone w podrozdziale 2.1).
• Obliczając cenę bid należy skorzystać ze wzoru (2.191), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,ask}$ oraz we wzorze na $B_1(K, -1, -1)$ uwzględniamy $F = F_{ask}$:

$$V^{ask}_{conput}(K) = -DF_{d,ask} B_1(K, -1, -1)). \tag{2.198}$$

• Obliczając cenę ask należy skorzystać ze wzoru (2.191), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,bid}$ oraz we wzorze na $B_1(K, -1, -1)$ uwzględniamy $F = F_{bid}$:

$$V^{ask}_{conput}(K) = -DF_{d,bid} B_1(K, -1, -1)). \tag{2.199}$$

• Obliczając parametry greckie bid i ask należy skorzystać ze wzorów (2.192) - (2.197) z uwzględnieniem takich samych uwag jak w przypadku cen bid oraz ask.

10. Opcja asset-or-nothing call.
• Dodatkowy parametr: $K > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{aoncall}(S_T, K) = S_T \cdot \mathbb{1}_{\{S_T > K\}}. \tag{2.200}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{aoncall}(K) = e^{-r_d \tau} F \mathcal{N}(d(K, 1)). \tag{2.201}$$

Powyższy wzór pochodzi z [3]; można go znaleźć także w [6], jednak występuje on tam pod nieco inną postacią (m. in. pojawia się tam wolna od ryzyka stopa procentowa r zamiast r_d oraz stopa dywidendy δ zamiast r_f). Po uwzględnieniu w (2.201) oznaczeń z pierwszego rozdziału dostajemy

$$V_{aoncall}(K) = DF_d F \mathcal{N}(d(K, 1)) = DF_d F B_1(K, 1, 1). \tag{2.202}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{aoncall}(K) = DF_d \Big(\frac{\partial F}{\partial x} B_1(K, 1, 1) + F \frac{\partial B_1}{\partial x}(K, 1, 1) \Big), \tag{2.203}$$

$$\Delta^{(F)}_{aoncall}(K) = DF_d\Big(\frac{\partial F}{\partial F}B_1(K,1,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial F}(K,1,1)\Big), \tag{2.204}$$

$$\Gamma_{aoncall}(K) = DF_d\Big(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}B_1(K,1,1) + 2\frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,1,1) + F\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}(K,1,1)\Big), \tag{2.205}$$

$$\Gamma^{(F)}_{aoncall}(K) = DF_d\Big(\frac{\partial^2 F}{\partial F^2}B_1(K,1,1) + 2\frac{\partial F}{\partial F}\frac{\partial B_1}{\partial F}(K,1,1) + F\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}(K,1,1)\Big), \tag{2.206}$$

$$\Theta_{aoncall}(K) = \frac{\partial DF_d}{\partial t}FB_1(K,1,1) + DF_d\Big(\frac{\partial F}{\partial t}B_1(K,1,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial t}(K,1,1)\Big), \tag{2.207}$$

$$\mathcal{V}_{aoncall}(K) = DF_d\Big(\frac{\partial F}{\partial \sigma}B_1(K,1,1) + F\frac{\partial B_1}{\partial \sigma}(K,1,1)\Big). \tag{2.208}$$

Wzory (2.203) - (2.208) wynikają bezpośrednio z (2.202) (wszystkie pochodne cząstkowe zostały już obliczone w podrozdziale 2.1).
• Obliczając cenę bid należy skorzystać ze wzoru (2.202), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,ask}$ oraz kurs forward $F = F_{bid}$, a ponadto we wzorze na $B_1(K,1,1)$ uwzględniamy $F = F_{bid}$:

$$V^{bid}_{aoncall}(K) = DF_{d,ask}F_{bid}B_1(K,1,1). \tag{2.209}$$

• Obliczając cenę ask należy skorzystać ze wzoru (2.202), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,bid}$ oraz kurs forward $F = F_{ask}$, a ponadto we wzorze na $B_1(K,1,-1)$ uwzględniamy $F = F_{ask}$:

$$V^{ask}_{aoncall}(K) = DF_{d,bid}F_{ask}B_1(K,1,1). \tag{2.210}$$

• Obliczając parametry greckie bid i ask należy skorzystać ze wzorów (2.203) - (2.208) z uwzględnieniem takich samych uwag jak w przypadku cen bid oraz ask.

11. Opcja asset-or-nothing put.
• Dodatkowy parametr: $K > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{aonput}(S_T, K) = S_T \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<K\}}. \tag{2.211}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0,T)$:

$$V_{aonput}(K) = e^{-r_d\tau}F\mathcal{N}(-d(K,1)). \tag{2.212}$$

Powyższy wzór pochodzi z [3]; można go znaleźć także w [6], jednak występuje on tam pod nieco inną postacią (m. in. pojawia się tam wolna od ryzyka stopa procentowa r zamiast r_d oraz stopa dywidendy δ zamiast r_f). Po uwzględnieniu w (2.212) oznaczeń z pierwszego rozdziału dostajemy

$$V_{aonput}(K) = DF_dF\mathcal{N}(-d(K,1)) = -DF_dFB_1(K,-1,1). \tag{2.213}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{aonput}(K) = DF_d\Big(-\frac{\partial F}{\partial x}B_1(K,-1,1) - F\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,-1,1)\Big), \tag{2.214}$$

$$\Delta^{(F)}_{aonput}(K) = DF_d\Big(-\frac{\partial F}{\partial F}B_1(K,-1,1) - F\frac{\partial B_1}{\partial F}(K,-1,1)\Big), \tag{2.215}$$

$$\Gamma_{aonput}(K) = DF_d\Big(-\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}B_1(K,-1,1) - 2\frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,-1,1) - F\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}(K,-1,1)\Big), \tag{2.216}$$

$$\Gamma^{(F)}_{aonput}(K) = DF_d\Big(-\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}B_1(K,-1,1) - 2\frac{\partial F}{\partial x}\frac{\partial B_1}{\partial x}(K,-1,1) - F\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2}(K,-1,1)\Big), \tag{2.217}$$

$$\Theta_{aonput}(K) = -\frac{\partial DF_d}{\partial t}FB_1(K,-1,1) + DF_d\Big(-\frac{\partial F}{\partial t}B_1(K,-1,1) - F\frac{\partial B_1}{\partial t}(K,-1,1)\Big), \tag{2.218}$$

$$\mathcal{V}_{aonput}(K) = DF_d\Big(-\frac{\partial F}{\partial \sigma}B_1(K,-1,1) - F\frac{\partial B_1}{\partial \sigma}(K,-1,1)\Big). \tag{2.219}$$

Wzory (2.214) - (2.219) wynikają bezpośrednio z (2.213) (wszystkie pochodne cząstkowe zostały już obliczone w podrozdziale 2.1).

• Obliczając cenę bid należy skorzystać ze wzoru (2.213), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,ask}$ oraz kurs forward $F = F_{ask}$, a ponadto we wzorze na $B_1(K,-1,1)$ uwzględniamy $F = F_{ask}$:

$$V^{bid}_{aonput}(K) = -DF_{d,ask}F_{ask}B_1(K,-1,1). \tag{2.220}$$

• Obliczając cenę ask należy skorzystać ze wzoru (2.213), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,bid}$ oraz kurs forward $F = F_{bid}$, a ponadto we wzorze na $B_1(K,-1,1)$ uwzględniamy $F = F_{bid}$:

$$V^{ask}_{aonput}(K) = -DF_{d,bid}F_{bid}B_1(K,-1,1). \tag{2.221}$$

• Obliczając parametry greckie bid i ask należy skorzystać ze wzorów (2.214) - (2.219) z uwzględnieniem takich samych uwag jak w przypadku cen bid oraz ask.

2.5. Opcje barierowe z barierą europejską

Opiszemy teraz opcje barierowe. W przypadku bariery europejskiej instrument taki można przedstawić jako złożenie opcji binarnej z call lub put. Dzięki temu w celu obliczenia ceny i parametrów greckich możemy skorzystać z wcześniejszych wzorów.

12. Opcja down-and-out call z barierą typu europejskiego.
• Dodatkowe parametry: $B > 0$ (bariera), $K > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{doeucall}(S_T,B,K) = (S_T - K)\cdot \mathbb{1}_{\{S_T>K\}}\cdot \mathbb{1}_{\{S_T>B\}} = (S_T - K)\cdot \mathbb{1}_{\{S_T>\max(B,K)\}}. \tag{2.222}$$

Jeśli $B < K$, to oczywiście $H_{doeucall}(S_T,B,K) = H_{call}(S_T,K)$. Jeśli natomiast $B \geqslant K$, to

$$H_{doeucall}(S_T,B,K) = (S_T - K)\cdot \mathbb{1}_{\{S_T>B\}} = (S_T - B)\cdot \mathbb{1}_{\{S_T>B\}} + (B-K)\cdot \mathbb{1}_{\{S_T>B\}} = \tag{2.223}$$

$$= H_{call}(S_T,B) + (B-K)\cdot H_{concall}(S_T,B). \tag{2.224}$$

Stąd otrzymujemy

$$H_{doeucall}(S_T,B,K) = \begin{cases} H_{call}(S_T,K) & \text{dla } B < K, \\ H_{call}(S_T,B) + (B-K)\cdot H_{concall}(S_T,B) & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.225}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0,T)$:

$$V_{doeucall}(B,K) = \begin{cases} V_{call}(K) & \text{dla } B < K, \\ V_{call}(B) + (B-K)\cdot V_{concall}(B) & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.226}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{doeucall}(B,K) = \begin{cases} \Delta_{call}(K) & \text{dla } B < K, \\ \Delta_{call}(B) + (B-K)\cdot \Delta_{concall}(B) & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.227}$$

$$\Delta^{(F)}_{doeucall}(B,K) = \begin{cases} \Delta^{(F)}_{call}(K) & \text{dla } B < K, \\ \Delta^{(F)}_{call}(B) + (B-K)\cdot \Delta^{(F)}_{concall}(B) & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.228}$$

$$\Gamma_{doeucall}(B,K) = \begin{cases} \Gamma_{call}(K) & \text{dla } B < K, \\ \Gamma_{call}(B) + (B-K)\cdot \Gamma_{concall}(B) & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.229}$$

$$\Gamma^{(F)}_{doeucall}(B,K) = \begin{cases} \Gamma^{(F)}_{call}(K) & \text{dla } B < K, \\ \Gamma^{(F)}_{call}(B) + (B-K)\cdot \Gamma^{(F)}_{concall}(B) & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.230}$$

$$\Theta_{doeucall}(B,K) = \begin{cases} \Theta_{call}(K) & \text{dla } B < K, \\ \Theta_{call}(B) + (B-K)\cdot \Theta_{concall}(B) & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.231}$$

$$\mathcal{V}_{doeucall}(B,K) = \begin{cases} \mathcal{V}_{call}(K) & \text{dla } B < K. \\ \mathcal{V}_{call}(B) + (B-K)\cdot \mathcal{V}_{concall}(B) & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.232}$$

Wzory (2.226) - (2.232) wynikają bezpośrednio z (2.225).
• Obliczając cenę bid należy skorzystać ze wzoru (2.226), przy czym uwzględniamy w nim ceny bid wszystkich instrumentów:

$$V^{bid}_{doeucall}(B,K) = \begin{cases} V^{bid}_{call}(K) & \text{dla } B < K, \\ V^{bid}_{call}(B) + (B-K)\cdot V^{bid}_{concall}(B) & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.233}$$

• Obliczając cenę ask należy skorzystać ze wzoru (2.226), przy czym uwzględniamy w nim ceny ask wszystkich instrumentów:

$$V^{ask}_{doeucall}(B,K) = \begin{cases} V^{ask}_{call}(K) & \text{dla } B < K, \\ V^{ask}_{call}(B) + (B-K)\cdot V^{ask}_{concall}(B) & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.234}$$

• Obliczając parametry greckie bid i ask należy skorzystać ze wzorów (2.227) - (2.232) z uwzględnieniem takich samych uwag jak w przypadku cen bid oraz ask.

13. Opcja up-and-in call z barierą typu europejskiego.
• Opcja ta ma taką samą wypłatę, cenę i parametry greckie jak down-and-out call z punktu 12. (gdyż bariera jest obserwowana tylko w chwili końcowej T).
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{uieucall}(S_T,B,K) = H_{doeucall}(S_T,B,K). \tag{2.235}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0,T)$:

$$V_{uieucall}(B,K) = V_{doeucall}(B,K). \tag{2.236}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{uieucall}(B,K) = \Delta_{doeucall}(B,K), \tag{2.237}$$

$$\Delta^{(F)}_{uieucall}(B,K) = \Delta^{(F)}_{doeucall}(B,K), \tag{2.238}$$

$$\Gamma_{uieucall}(B,K) = \Gamma_{doeucall}(B,K), \tag{2.239}$$

$$\Gamma^{(F)}_{uieucall}(B,K) = \Gamma^{(F)}_{doeucall}(B,K), \tag{2.240}$$

$$\Theta_{uieucall}(B,K) = \Theta_{doeucall}(B,K), \tag{2.241}$$

$$\mathcal{V}_{uieucall}(B,K) = \mathcal{V}_{doeucall}(B,K). \tag{2.242}$$

• Również ceny i parametry greckie bid i ask są takie same jak dla opcji down-and-out call.

14. Opcja up-and-out call z barierą typu europejskiego.
• Dodatkowe parametry: $B > 0$ (bariera), $K > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{uoeucall}(S_T,B,K) = (S_T-K)\cdot \mathbb{1}_{\{S_T>K\}}\cdot \mathbb{1}_{\{S_T<B\}} = (S_T-K)\cdot \mathbb{1}_{\{K<S_T<B\}}. \tag{2.243}$$

Jeśli $B < K$, to oczywiście $H_{uoeucall}(S_T,B,K) = 0$. Jeśli natomiast $B \geqslant K$, to

$$H_{uoeucall}(S_T,B,K) = (S_T-K)\cdot \mathbb{1}_{\{S_T>K\}} - (S_T-K)\cdot \mathbb{1}_{\{S_T>B\}} = (S_T-K)\cdot \mathbb{1}_{\{S_T>K\}} + \tag{2.244}$$

$$-((S_T-B)\cdot \mathbb{1}_{\{S_T>B\}} + (B-K)\cdot \mathbb{1}_{\{S_T>B\}}) = H_{call}(S_T,K) - H_{call}(S_T,B) + (K-B)\cdot H_{concall}(S_T,B). \tag{2.245}$$

Stąd otrzymujemy

$$H_{uoeucall}(S_T,B,K) = \begin{cases} H_{call}(S_T,K) - H_{call}(S_T,B) + (K-B)\cdot H_{concall}(S_T,B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.246}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0,T)$:

$$V_{uoeucall}(B,K) = \begin{cases} V_{call}(K) - V_{call}(B) + (K-B)\cdot V_{concall}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.247}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{uoeucall}(B,K) = \begin{cases} \Delta_{call}(K) - \Delta_{call}(B) + (K-B)\cdot\Delta_{concall}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.248}$$

$$\Delta^{(F)}_{uoeucall}(B,K) = \begin{cases} \Delta^{(F)}_{call}(K) - \Delta^{(F)}_{call}(B) + (K-B)\cdot\Delta^{(F)}_{concall}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.249}$$

$$\Gamma_{uoeucall}(B,K) = \begin{cases} \Gamma_{call}(K) - \Gamma_{call}(B) + (K-B)\cdot\Gamma_{concall}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.250}$$

$$\Gamma^{(F)}_{uoeucall}(B,K) = \begin{cases} \Gamma^{(F)}_{call}(K) - \Gamma^{(F)}_{call}(B) + (K-B)\cdot\Gamma^{(F)}_{concall}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.251}$$

$$\Theta_{uoeucall}(B,K) = \begin{cases} \Theta_{call}(K) - \Theta_{call}(B) + (K-B)\cdot\Theta_{concall}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.252}$$

$$\mathcal{V}_{uoeucall}(B,K) = \begin{cases} \mathcal{V}_{call}(K) - \mathcal{V}_{call}(B) + (K-B)\cdot\mathcal{V}_{concall}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.253}$$

Wzory (2.247) - (2.253) wynikają bezpośrednio z (2.246).
• Obliczając cenę bid należy skorzystać ze wzoru (2.247), przy czym uwzględniamy w nim ceny bid instrumentów z długą pozycją i ceny ask instrumentów z krótką pozycją:

$$V^{bid}_{uoeucall}(B,K) = \begin{cases} V^{bid}_{call}(K) - V^{ask}_{call}(B) + (K-B)\cdot V^{bid}_{concall}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.254}$$

• Obliczając cenę ask należy skorzystać ze wzoru (2.247), przy czym uwzględniamy w nim ceny ask instrumentów z długą pozycją i ceny bid instrumentów z krótką pozycją:

$$V^{ask}_{uoeucall}(B,K) = \begin{cases} V^{ask}_{call}(K) - V^{bid}_{call}(B) + (K-B)\cdot V^{ask}_{concall}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.255}$$

• Obliczając parametry greckie bid i ask należy skorzystać ze wzorów (2.248) - (2.253) z uwzględnieniem takich samych uwag jak w przypadku cen bid oraz ask.

15. Opcja down-and-in call z barierą typu europejskiego.
• Opcja ta ma taką samą wypłatę, cenę i parametry greckie jak up-and-out call z punktu 14. (gdyż bariera jest obserwowana tylko w chwili końcowej T).
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{dieucall}(S_T,B,K) = H_{uoeucall}(S_T,B,K). \tag{2.256}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0,T)$:

$$V_{dieucall}(B,K) = V_{uoeucall}(B,K). \tag{2.257}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{dieucall}(B,K) = \Delta_{uoeucall}(B,K), \tag{2.258}$$

$$\Delta^{(F)}_{dieucall}(B,K) = \Delta^{(F)}_{uoeucall}(B,K), \tag{2.259}$$

$$\Gamma_{dieucall}(B,K) = \Gamma_{uoeucall}(B,K), \tag{2.260}$$

$$\Gamma^{(F)}_{dieucall}(B,K) = \Gamma^{(F)}_{uoeucall}(B,K), \tag{2.261}$$

$$\Theta_{dieucall}(B,K) = \Theta_{uoeucall}(B,K), \tag{2.262}$$

$$\mathcal{V}_{dieucall}(B,K) = \mathcal{V}_{uoeucall}(B,K). \tag{2.263}$$

• Również ceny i parametry greckie bid i ask są takie same jak dla opcji up-and-out call.

16. Opcja down-and-out put z barierą typu europejskiego.

• Dodatkowe parametry: $B > 0$ (bariera), $K > 0$.

• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{doeuput}(S_T, B, K) = (K - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<K\}} \cdot \mathbb{1}_{\{S_T>B\}} = (K - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{B<S_T<K\}}. \tag{2.264}$$

Jeśli $B \geqslant K$, to oczywiście $H_{doeuput}(S_T, B, K) = 0$. Jeśli natomiast $B < K$, to

$$H_{doeuput}(S_T, B, K) = (K - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<K\}} - (K - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<B\}} = (K - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<K\}} + \tag{2.265}$$

$$-((B - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<B\}} + (K - B) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<B\}}) = H_{put}(S_T, K) - H_{put}(S_T, B) - (K - B) \cdot H_{conput}(S_T, B). \tag{2.266}$$

Stąd otrzymujemy

$$H_{doeuput}(S_T, B, K) = \begin{cases} H_{put}(S_T, K) - H_{put}(S_T, B) - (K - B) \cdot H_{conput}(S_T, B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.267}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{doeuput}(B, K) = \begin{cases} V_{put}(K) - V_{put}(B) - (K - B) \cdot V_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.268}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{doeuput}(B, K) = \begin{cases} \Delta_{put}(K) - \Delta_{put}(B) - (K - B) \cdot \Delta_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.269}$$

$$\Delta^{(F)}_{doeuput}(B, K) = \begin{cases} \Delta^{(F)}_{put}(K) - \Delta^{(F)}_{put}(B) - (K - B) \cdot \Delta^{(F)}_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.270}$$

$$\Gamma_{doeuput}(B, K) = \begin{cases} \Gamma_{put}(K) - \Gamma_{put}(B) - (K - B) \cdot \Gamma_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.271}$$

$$\Gamma^{(F)}_{doeuput}(B, K) = \begin{cases} \Gamma^{(F)}_{put}(K) - \Gamma^{(F)}_{put}(B) - (K - B) \cdot \Gamma^{(F)}_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.272}$$

$$\Theta_{doeuput}(B, K) = \begin{cases} \Theta_{put}(K) - \Theta_{put}(B) - (K - B) \cdot \Theta_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.273}$$

$$\mathcal{V}_{doeuput}(B, K) = \begin{cases} \mathcal{V}_{put}(K) - \mathcal{V}_{put}(B) - (K - B) \cdot \mathcal{V}_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.274}$$

Wzory (2.268) - (2.274) wynikają bezpośrednio z (2.267).

• Obliczając cenę bid należy skorzystać ze wzoru (2.268), przy czym uwzględniamy w nim ceny bid instrumentów z długą pozycją i ceny ask instrumentów z krótką pozycją:

$$V^{bid}_{doeuput}(B, K) = \begin{cases} V^{bid}_{put}(K) - V^{ask}_{put}(B) - (K - B) \cdot V^{ask}_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.275}$$

• Obliczając cenę ask należy skorzystać ze wzoru (2.268), przy czym uwzględniamy w nim ceny ask instrumentów z długą pozycją i ceny bid instrumentów z krótką pozycją:

$$V^{ask}_{doeuput}(B, K) = \begin{cases} V^{ask}_{put}(K) - V^{bid}_{put}(B) - (K - B) \cdot V^{bid}_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.276}$$

• Obliczając parametry greckie bid i ask należy skorzystać ze wzorów (2.269) - (2.274) z uwzględnieniem takich samych uwag jak w przypadku cen bid oraz ask.

17. Opcja up-and-in put z barierą typu europejskiego.

• Opcja ta ma taką samą wypłatę, cenę i parametry greckie jak down-and-out put z punktu 16. (gdyż bariera jest

obserwowana tylko w chwili końcowej T).
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{uieuput}(S_T, B, K) = H_{doeuput}(S_T, B, K). \tag{2.277}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{uieuput}(B, K) = V_{doeuput}(B, K). \tag{2.278}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{uieuput}(B, K) = \Delta_{doeuput}(B, K), \tag{2.279}$$

$$\Delta^{(F)}_{uieuput}(B, K) = \Delta^{(F)}_{doeuput}(B, K), \tag{2.280}$$

$$\Gamma_{uieuput}(B, K) = \Gamma_{doeuput}(B, K), \tag{2.281}$$

$$\Gamma^{(F)}_{uieuput}(B, K) = \Gamma^{(F)}_{doeuput}(B, K), \tag{2.282}$$

$$\Theta_{uieuput}(B, K) = \Theta_{doeuput}(B, K), \tag{2.283}$$

$$\mathcal{V}_{uieuput}(B, K) = \mathcal{V}_{doeuput}(B, K). \tag{2.284}$$

• Również ceny i parametry greckie bid i ask są takie same jak dla opcji down-and-out put.

18. Opcja up-and-out put z barierą typu europejskiego.
• Dodatkowe parametry: $B > 0$ (bariera), $K > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{uoeuput}(S_T, B, K) = (K - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<K\}} \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<B\}} = (K - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<\min(B,K)\}} = \tag{2.285}$$

Jeśli $B \geqslant K$, to oczywiście $H_{uoeuput}(S_T, B, K) = H_{put}(S_T, K)$. Jeśli natomiast $B < K$, to

$$H_{uoeuput}(S_T, B, K) = (K - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<B\}} = (B - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<B\}} + (K - B) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<B\}} = \tag{2.286}$$

$$= H_{put}(S_T, B) + (K - B) \cdot H_{conput}(S_T, B). \tag{2.287}$$

Stąd otrzymujemy

$$H_{uoeuput}(S_T, B, K) = \begin{cases} H_{put}(S_T, B) + (K - B) \cdot H_{conput}(S_T, B) & \text{dla } B < K, \\ H_{put}(S_T, K) & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.288}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{uoeuput}(B, K) = \begin{cases} V_{put}(B) + (K - B) \cdot V_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ V_{put}(K) & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.289}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{uoeuput}(B, K) = \begin{cases} \Delta_{put}(B) + (K - B) \cdot \Delta_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ \Delta_{put}(K) & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.290}$$

$$\Delta^{(F)}_{uoeuput}(B, K) = \begin{cases} \Delta^{(F)}_{put}(B) + (K - B) \cdot \Delta^{(F)}_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ \Delta^{(F)}_{put}(K) & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.291}$$

$$\Gamma_{uoeuput}(B, K) = \begin{cases} \Gamma_{put}(B) + (K - B) \cdot \Gamma_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ \Gamma_{put}(K) & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.292}$$

$$\Gamma^{(F)}_{uoeuput}(B, K) = \begin{cases} \Gamma^{(F)}_{put}(B) + (K - B) \cdot \Gamma^{(F)}_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ \Gamma^{(F)}_{put}(K) & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.293}$$

$$\Theta_{uoeuput}(B, K) = \begin{cases} \Theta_{put}(B) + (K - B) \cdot \Theta_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ \Theta_{put}(K) & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.294}$$

$$\mathcal{V}_{uoeuput}(B,K) = \begin{cases} \mathcal{V}_{put}(B) + (K-B)\cdot \mathcal{V}_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ \mathcal{V}_{put}(K) & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.295}$$

Wzory (2.289) - (2.295) wynikają bezpośrednio z (2.288).
• Obliczając cenę bid należy skorzystać ze wzoru (2.289), przy czym uwzględniamy w nim ceny bid wszystkich instrumentów:

$$V^{bid}_{uoeuput}(B,K) = \begin{cases} V^{bid}_{put}(B) + (K-B)\cdot V^{bid}_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ V^{bid}_{put}(K) & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.296}$$

• Obliczając cenę ask należy skorzystać ze wzoru (2.289), przy czym uwzględniamy w nim ceny ask wszystkich instrumentów:

$$V^{ask}_{uoeuput}(B,K) = \begin{cases} V^{ask}_{put}(B) + (K-B)\cdot V^{ask}_{conput}(B) & \text{dla } B < K, \\ V^{ask}_{put}(K) & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.297}$$

• Obliczając parametry greckie bid i ask należy skorzystać ze wzorów (2.290) - (2.295) z uwzględnieniem takich samych uwag jak w przypadku cen bid oraz ask.

19. Opcja down-and-in put z barierą typu europejskiego.
• Opcja ta ma taką samą wypłatę, cenę i parametry greckie jak up-and-out put z punktu 18. (gdyż bariera jest obserwowana tylko w chwili końcowej T).
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{dieuput}(S_T,B,K) = H_{uoeuput}(S_T,B,K). \tag{2.298}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0,T)$:

$$V_{dieuput}(B,K) = V_{uoeuput}(B,K). \tag{2.299}$$

• Parametry greckie:

$$\Delta_{dieuput}(B,K) = \Delta_{uoeuput}(B,K), \tag{2.300}$$

$$\Delta^{(F)}_{dieuput}(B,K) = \Delta^{(F)}_{uoeuput}(B,K), \tag{2.301}$$

$$\Gamma_{dieuput}(B,K) = \Gamma_{uoeuput}(B,K), \tag{2.302}$$

$$\Gamma^{(F)}_{dieuput}(B,K) = \Gamma^{(F)}_{uoeuput}(B,K), \tag{2.303}$$

$$\Theta_{dieuput}(B,K) = \Theta_{uoeuput}(B,K), \tag{2.304}$$

$$\mathcal{V}_{dieuput}(B,K) = \mathcal{V}_{uoeuput}(B,K). \tag{2.305}$$

• Również ceny i parametry greckie bid i ask są takie same jak dla opcji up-and-out put.

2.6. Opcje barierowe z barierą amerykańską

W przypadku opcji barierowych z barierą typu amerykańskiego wyprowadzenie jest bardziej skomplikowane. Wzory na wartości i parametry greckie tych opcji można znaleźć np. w [7]. Znajdują się one także w [3], przy czym są one tam zapisane w innych postaciach. Ponadto wzory dla takich opcji podane są w [1], [2] oraz [6], jednak należałoby porównać ich postać z postacią z wcześniejszych dwóch pozycji.

20. Opcja down-and-out call z barierą typu amerykańskiego.
• Dodatkowe parametry: $B > 0$ (bariera), $K > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{doamcall}(S_T,B,K) = (S_T - K)\cdot \mathbb{1}_{\{S_T > K\}} \cdot \mathbb{1}_{\{\min_{t\in[0,T]} S_t > B\}}. \tag{2.306}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0,T)$:

$$V_{doamcall}(B,K) = \begin{cases} DF_d(A_1(K,1) - A_3(B,K,1,1)) & \text{dla } B < K, \\ DF_d(A_2(B,K,1) - A_4(B,K,1,1)) & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.307}$$

Powyższy wzór pochodzi z [7]; można go znaleźć także w [3], jednak występuje on tam przy nieco innych oznaczeniach (m. in. pojawia się tam wolna od ryzyka stopa procentowa r zamiast r_d oraz stopa dywidendy δ zamiast r_f).
• Postaci parametrów greckich wynikają bezpośrednio ze wzoru (2.307), który - tak jak w przypadku wcześniejszych opcji, np. call - należy zróżniczkować względem odpowiednich zmiennych (wszystkie pochodne cząstkowe obliczono już w podrozdziale 2.1).
• Program w obecnej wersji oblicza cenę bid (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie bid) podobnie jak dla opcji call: korzystając ze wzoru (2.307), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,ask}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K, 1)$, $A_2(B, K, 1)$, $A_3(B, K, 1, 1)$ i $A_4(B, K, 1, 1)$ uwzględniamy $F = F_{bid}$, $DF_d = DF_{d,bid}$ oraz $DF_f = DF_{f,ask}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.
• Program w obecnej wersji oblicza cenę ask (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie ask) podobnie jak dla opcji call: korzystając ze wzoru (2.307), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,bid}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K, 1)$, $A_2(B, K, 1)$, $A_3(B, K, 1, 1)$ i $A_4(B, K, 1, 1)$ uwzględniamy $F = F_{ask}$, $DF_d = DF_{d,ask}$ oraz $DF_f = DF_{f,bid}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.

21. Opcja up-and-in call z barierą typu amerykańskiego.
• Dodatkowe parametry: $B > 0$ (bariera), $K > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{uiamcall}(S_T, B, K) = (S_T - K) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T > K\}} \cdot \mathbb{1}_{\{\max_{t\in[0,T]} S_t > B\}}. \tag{2.308}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{uiamcall}(B, K) = \begin{cases} DF_d A_1(K, 1) & \text{dla } B < K, \\ DF_d(A_2(B, K, 1) - A_3(B, K, 1, -1) + A_4(B, K, 1, -1)) & \text{dla } B \geqslant K, \end{cases} \tag{2.309}$$

Powyższy wzór pochodzi z [7]; można go znaleźć także w [3], jednak występuje on tam przy nieco innych oznaczeniach (m. in. pojawia się tam wolna od ryzyka stopa procentowa r zamiast r_d oraz stopa dywidendy δ zamiast r_f).
• Postaci parametrów greckich wynikają bezpośrednio ze wzoru (2.309), który - tak jak w przypadku wcześniejszych opcji, np. call - należy zróżniczkować względem odpowiednich zmiennych (wszystkie pochodne cząstkowe obliczono już w podrozdziale 2.1).
• Program w obecnej wersji oblicza cenę bid (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie bid) podobnie jak dla opcji call: korzystając ze wzoru (2.309), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,ask}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K, 1)$, $A_2(B, K, 1)$, $A_3(B, K, 1, -1)$ i $A_4(B, K, 1, -1)$ uwzględniamy $F = F_{bid}$, $DF_d = DF_{d,bid}$ oraz $DF_f = DF_{f,ask}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.
• Program w obecnej wersji oblicza cenę ask (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie ask) podobnie jak dla opcji call: korzystając ze wzoru (2.309), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,bid}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K, 1)$, $A_2(B, K, 1)$, $A_3(B, K, 1, -1)$ i $A_4(B, K, 1, -1)$ uwzględniamy $F = F_{ask}$, $DF_d = DF_{d,ask}$ oraz $DF_f = DF_{f,bid}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.

22. Opcja up-and-out call z barierą typu amerykańskiego.
• Dodatkowe parametry: $B > 0$ (bariera), $K > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{uoamcall}(S_T, B, K) = (S_T - K) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T > K\}} \cdot \mathbb{1}_{\{\max_{t\in[0,T]} S_t < B\}}. \tag{2.310}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{uoamcall}(B, K) = \begin{cases} 0 & \text{dla } B < K, \\ DF_d(A_1(K, 1) - A_2(B, K, 1) + A_3(B, K, 1, -1) - A_4(B, K, 1, -1)) & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.311}$$

Powyższy wzór pochodzi z [7]; można go znaleźć także w [3], jednak występuje on tam przy nieco innych oznaczeniach (m. in. pojawia się tam wolna od ryzyka stopa procentowa r zamiast r_d oraz stopa dywidendy δ zamiast r_f).
• Postaci parametrów greckich wynikają bezpośrednio ze wzoru (2.311), który - tak jak w przypadku wcześniejszych opcji, np. call - należy zróżniczkować względem odpowiednich zmiennych (wszystkie pochodne cząstkowe obliczono już w podrozdziale 2.1).
• Program w obecnej wersji oblicza cenę bid (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie bid) podobnie jak dla opcji call: korzystając ze wzoru (2.311), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,ask}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K, 1)$, $A_2(B, K, 1)$, $A_3(B, K, 1, -1)$ i $A_4(B, K, 1, -1)$ uwzględniamy $F = F_{bid}$, $DF_d = DF_{d,bid}$ oraz

$DF_f = DF_{f,ask}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.
• Program w obecnej wersji oblicza cenę ask (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie ask) podobnie jak dla opcji call: korzystając ze wzoru (2.311), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,bid}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K,1)$, $A_2(B,K,1)$, $A_3(B,K,1,-1)$ i $A_4(B,K,1,-1)$ uwzględniamy $F = F_{ask}$, $DF_d = DF_{d,ask}$ oraz $DF_f = DF_{f,bid}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.

23. Opcja down-and-in call z barierą typu amerykańskiego.
• Dodatkowe parametry: $B > 0$ (bariera), $K > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{diamcall}(S_T, B, K) = (S_T - K) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T > K\}} \cdot \mathbb{1}_{\{\min_{t\in[0,T]} S_t < B\}}. \tag{2.312}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0,T)$:

$$V_{diamcall}(B,K) = \begin{cases} DF_d A_3(B,K,1,1) & \text{dla } B < K, \\ DF_d(A_1(K,1) - A_2(B,K,1) + A_4(B,K,1,1)) & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.313}$$

Powyższy wzór pochodzi z [7]; można go znaleźć także w [3], jednak występuje on tam przy nieco innych oznaczeniach (m. in. pojawia się tam wolna od ryzyka stopa procentowa r zamiast r_d oraz stopa dywidendy δ zamiast r_f).
• Postaci parametrów greckich wynikają bezpośrednio ze wzoru (2.313), który - tak jak w przypadku wcześniejszych opcji, np. call - należy zróżniczkować względem odpowiednich zmiennych (wszystkie pochodne cząstkowe obliczono już w podrozdziale 2.1).
• Program w obecnej wersji oblicza cenę bid (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie bid) podobnie jak dla opcji call: korzystając ze wzoru (2.313), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,ask}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K,1)$, $A_2(B,K,1)$, $A_3(B,K,1,1)$ i $A_4(B,K,1,1)$ uwzględniamy $F = F_{bid}$, $DF_d = DF_{d,bid}$ oraz $DF_f = DF_{f,ask}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.
• Program w obecnej wersji oblicza cenę ask (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie ask) podobnie jak dla opcji call: korzystając ze wzoru (2.313), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,bid}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K,1)$, $A_2(B,K,1)$, $A_3(B,K,1,1)$ i $A_4(B,K,1,1)$ uwzględniamy $F = F_{ask}$, $DF_d = DF_{d,ask}$ oraz $DF_f = DF_{f,bid}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.

24. Opcja down-and-out put z barierą typu amerykańskiego.
• Dodatkowe parametry: $B > 0$ (bariera), $K > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{doamput}(S_T, B, K) = (K - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T < K\}} \cdot \mathbb{1}_{\{\min_{t\in[0,T]} S_t > B\}}. \tag{2.314}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0,T)$:

$$V_{doamput}(B,K) = \begin{cases} DF_d(A_1(K,-1) - A_2(B,K,-1) + A_3(B,K,-1,1) - A_4(B,K,-1,1)) & \text{dla } B < K, \\ 0 & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.315}$$

Powyższy wzór pochodzi z [7]; można go znaleźć także w [3], jednak występuje on tam przy nieco innych oznaczeniach (m. in. pojawia się tam wolna od ryzyka stopa procentowa r zamiast r_d oraz stopa dywidendy δ zamiast r_f).
• Postaci parametrów greckich wynikają bezpośrednio ze wzoru (2.315), który - tak jak w przypadku wcześniejszych opcji, np. put - należy zróżniczkować względem odpowiednich zmiennych (wszystkie pochodne cząstkowe obliczono już w podrozdziale 2.1).
• Program w obecnej wersji oblicza cenę bid (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie bid) podobnie jak dla opcji put: korzystając ze wzoru (2.315), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,ask}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K,-1)$, $A_2(B,K,-1)$, $A_3(B,K,-1,1)$ i $A_4(B,K,-1,1)$ uwzględniamy $F = F_{ask}$, $DF_d = DF_{d,ask}$ oraz $DF_f = DF_{f,bid}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.
• Program w obecnej wersji oblicza cenę ask (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie ask) podobnie jak dla opcji put: korzystając ze wzoru (2.315), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,bid}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K,-1)$, $A_2(B,K,-1)$, $A_3(B,K,-1,1)$ i $A_4(B,K,-1,1)$ uwzględniamy $F = F_{bid}$, $DF_d = DF_{d,bid}$ oraz $DF_f = DF_{f,ask}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.

25. Opcja up-and-in put z barierą typu amerykańskiego.
• Dodatkowe parametry: $B > 0$ (bariera), $K > 0$.

• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{uiamput}(S_T, B, K) = (K - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<K\}} \cdot \mathbb{1}_{\{\max_{t\in[0,T]} S_t>B\}}. \tag{2.316}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{uiamput}(B, K) = \begin{cases} DF_d(A_1(K, -1) - A_2(B, K, -1) + A_4(B, K, -1, -1)) & \text{dla } B < K, \\ DF_d A_3(B, K, -1, -1) & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.317}$$

Powyższy wzór pochodzi z [7]; można go znaleźć także w [3], jednak występuje on tam przy nieco innych oznaczeniach (m. in. pojawia się tam wolna od ryzyka stopa procentowa r zamiast r_d oraz stopa dywidendy δ zamiast r_f).
• Postaci parametrów greckich wynikają bezpośrednio ze wzoru (2.317), który - tak jak w przypadku wcześniejszych opcji, np. put - należy zróżniczkować względem odpowiednich zmiennych (wszystkie pochodne cząstkowe obliczono już w podrozdziale 2.1).
• Program w obecnej wersji oblicza cenę bid (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie bid) podobnie jak dla opcji put: korzystając ze wzoru (2.317), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,ask}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K, -1)$, $A_2(B, K, -1)$, $A_3(B, K, -1, -1)$ i $A_4(B, K, -1, -1)$ uwzględniamy $F = F_{ask}$, $DF_d = DF_{d,ask}$ oraz $DF_f = DF_{f,bid}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.
• Program w obecnej wersji oblicza cenę ask (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie ask) podobnie jak dla opcji put: korzystając ze wzoru (2.317), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,bid}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K, -1)$, $A_2(B, K, -1)$, $A_3(B, K, -1, -1)$ i $A_4(B, K, -1, -1)$ uwzględniamy $F = F_{bid}$, $DF_d = DF_{d,bid}$ oraz $DF_f = DF_{f,ask}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.

26. Opcja up-and-out put z barierą typu amerykańskiego.
• Dodatkowe parametry: $B > 0$ (bariera), $K > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{uoamput}(S_T, B, K) = (K - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<K\}} \cdot \mathbb{1}_{\{\max_{t\in[0,T]} S_t<B\}}. \tag{2.318}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{uoamput}(B, K) = \begin{cases} DF_d(A_2(B, K, -1) - A_4(B, K, -1, -1)) & \text{dla } B < K, \\ DF_d(A_1(K, -1) - A_3(B, K, -1, -1)) & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.319}$$

Powyższy wzór pochodzi z [7]; można go znaleźć także w [3], jednak występuje on tam przy nieco innych oznaczeniach (m. in. pojawia się tam wolna od ryzyka stopa procentowa r zamiast r_d oraz stopa dywidendy δ zamiast r_f).
• Postaci parametrów greckich wynikają bezpośrednio ze wzoru (2.319), który - tak jak w przypadku wcześniejszych opcji, np. put - należy zróżniczkować względem odpowiednich zmiennych (wszystkie pochodne cząstkowe obliczono już w podrozdziale 2.1).
• Program w obecnej wersji oblicza cenę bid (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie bid) podobnie jak dla opcji put: korzystając ze wzoru (2.319), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,ask}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K, -1)$, $A_2(B, K, -1)$, $A_3(B, K, -1, -1)$ i $A_4(B, K, -1, -1)$ uwzględniamy $F = F_{ask}$, $DF_d = DF_{d,ask}$ oraz $DF_f = DF_{f,bid}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.
• Program w obecnej wersji oblicza cenę ask (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie ask) podobnie jak dla opcji put: korzystając ze wzoru (2.319), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,bid}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K, -1)$, $A_2(B, K, -1)$, $A_3(B, K, -1, -1)$ i $A_4(B, K, -1, -1)$ uwzględniamy $F = F_{bid}$, $DF_d = DF_{d,bid}$ oraz $DF_f = DF_{f,ask}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.

27. Opcja down-and-in put z barierą typu amerykańskiego.
• Dodatkowe parametry: $B > 0$ (bariera), $K > 0$.
• Wypłata dla długiej pozycji w chwili T (w jednostkach waluty DOM):

$$H_{diamput}(S_T, B, K) = (K - S_T) \cdot \mathbb{1}_{\{S_T<K\}} \cdot \mathbb{1}_{\{\min_{t\in[0,T]} S_t<B\}}. \tag{2.320}$$

• Wartość w dowolnym momencie $t \in [0, T)$:

$$V_{diamput}(B, K) = \begin{cases} DF_d(A_2(B, K, -1) - A_3(B, K, -1, 1) + A_4(B, K, -1, 1)) & \text{dla } B < K, \\ DF_d A_1(K, -1) & \text{dla } B \geqslant K. \end{cases} \tag{2.321}$$

Powyższy wzór pochodzi z [7]; można go znaleźć także w [3], jednak występuje on tam przy nieco innych oznaczeniach (m. in. pojawia się tam wolna od ryzyka stopa procentowa r zamiast r_d oraz stopa dywidendy δ zamiast r_f).
• Postaci parametrów greckich wynikają bezpośrednio z powyższego wzoru, który - tak jak w przypadku wcześniejszych opcji, np. put - należy zróżniczkować względem odpowiednich zmiennych (wszystkie pochodne cząstkowe obliczono już w podrozdziale 2.1).
• Program w obecnej wersji oblicza cenę bid (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie bid) podobnie jak dla opcji put: korzystając ze wzoru (2.321), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,ask}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K, -1)$, $A_2(B, K, -1)$, $A_3(B, K, -1, 1)$ i $A_4(B, K, -1, 1)$ uwzględniamy $F = F_{ask}$, $DF_d = DF_{d,ask}$ oraz $DF_f = DF_{f,bid}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.
• Program w obecnej wersji oblicza cenę ask (a następnie, poprzez różniczkowanie, parametry greckie ask) podobnie jak dla opcji put: korzystając ze wzoru (2.321), przy czym bierzemy w nim czynnik dyskontowy $DF_d = DF_{d,bid}$, a ponadto we wzorach na $A_1(K, -1)$, $A_2(B, K, -1)$, $A_3(B, K, -1, 1)$ i $A_4(B, K, -1, 1)$ uwzględniamy $F = F_{bid}$, $DF_d = DF_{d,bid}$ oraz $DF_f = DF_{f,ask}$. Poprawność tego postępowania jest do zweryfikowania.

3. Funkcje

W tej części przedstawimy opis zaimplementowanych w Octave funkcji znajdujących ceny i parametry greckie opcji walutowych. Scharakteryzujemy parametry wejściowe wszystkich funkcji oraz opiszemy wyniki otrzymywane na wyjściu.

3.1. Opis danych wejściowych

Na początek podamy opis danych wejściowych. Parametry dla poszczególnych funkcji są bardzo podobne (a w większości przypadków wręcz identyczne), dlatego nie będziemy ich przedstawiać osobno - poniżej podajemy zestawienie wszystkich parametrów wejściowych, wraz z opisem.

Lista i opis wszystkich danych wejściowych:
1. x_bid, x_ask - ceny spot bid i ask instrumentu podstawowego (kursu wymiany FOR/DOM) w dniu emisji opcji; liczby rzeczywiste dodatnie.
2. F, F_bid, F_ask - ceny forward instrumentu podstawowego liczone w dniu issue_date na dzień expire_date; liczby rzeczywiste dodatnie.
3. *barrier* - dodatkowy parametr (bariera) dla opcji; liczba rzeczywista dodatnia.
4. *strike*, *strike*_1, *strike*_2, *strike*_3 - dodatkowe parametry dla opcji (ceny realizacji: $strike = K$ oraz $strike\_i = K_i$ dla $i = 1, 2, 3$); liczby rzeczywiste dodatnie.
5. *issue_date* - dzień emisji opcji; string postaci "dd-mmm-yyyy".
6. *expire_date* - dzień wygaśnięcia opcji; string postaci "dd-mmm-yyyy".
7. *tau* - frakcja roku od issue_date do expire_date; liczba rzeczywista dodatnia.
8. *sigma* - zmienność instrumentu podstawowego w skali roku; liczba rzeczywista dodatnia.
9. DF_f, DF_d - czynniki dyskontowe (odpowiednio dla waluty bazowej i niebazowej) liczone w dniu issue_date na dzień expire_date; liczby rzeczywiste dodatnie.
10. *phi*, *eta*, *omega* - liczby rzeczywiste.
11. *vol_param* - parametr przekazywany do funkcji obliczającej zmienność instrumentu podstawowego; cell array postaci $\{vol\_param\_1, vol\_param\_2\}$ (dokładny opis w dokumentacji funkcji znajdujących implied volatility).
12. BDA - identyfikator konwencji płatności; string równy "sfbd", "mfbd", "spbd", "mpbd", "eom" lub "actu" (dokładny opis w dokumentacji funkcji kalendarzowych).
13. PPO - Premium Payment Offset; liczba dni od transaction date (to znaczy dnia zawarcia kontraktu opcyjnego) do value date (czyli daty przepływu pieniędzy).
14. OSO - Option Settlement Offset; liczba dni od expire date do settlement date (czyli daty realizacji świadczenia z opcji).
15. *type* - identyfikator ceny obliczanej przez daną funkcję; string równy "bid" lub "ask".

Uwagi do listy danych wejściowych.
1. W obecnej wersji programu wszystkie funkcje obliczają teoretyczne ceny i parametry greckie, czyli dla dat *issue_date* oraz *expire_date*. To znaczy, do obliczania frakcji roku τ wykorzystywana jest funkcja $year\_frac$ (jej dokładny opis znajduje się w dokumentacji funkcji kalendarzowych), która korzysta jedynie z *issue_date*, *expire_date* oraz DCC (uwaga o DCC znajduje się poniżej). Tym samym, w obecnej wersji programu nie są wykorzystywane BDA, PPO i OSO - mogą one zostać określone dowolnie bez wpływu na wynik. W rzeczywistości jednak, aby obliczyć rynkową cenę i parametry greckie opcji, należy uwzględnić te trzy wielkości. Ich pojawienie się wśród parametrów wejściowych ma na celu umożliwienie zmodyfikowania kodu funkcji tak, aby w inny sposób obliczać frakcję roku (to znaczy, korzystając właśnie z BDA, PPO i OSO).
2. Część spośród funkcji wykorzystuje także zmienne globalne, które powinny być zadeklarowane w programie poza tymi funkcjami. Te zmienne globalne to:
• DCC - identyfikator konwencji liczenia dni; string równy 'ACT/365', 'ACT/360', 'ACT/ACT', '30/360' lub '30E/360'

(dokładny opis w dokumentacji funkcji kalendarzowych).
• DSD_Bid, DSD_Ask, DSF_Bid, DSF_Ask - tablice czynników dyskontowych (dokładny opis w dokumentacji funkcji znajdujących czynniki dyskontowe).

3.2. Opis funkcji

Przechodzimy do omówienia poszczególnych funkcji. Dla każdej z nich podajemy jej krótki opis, listę danych wejściowych i wyjściowych oraz przykład wywołania.

1. Funkcja forward.
• Opis: funkcja znajduje kursy forward bid i ask dla danych kursów spot bid i ask.
• Dane wejściowe: x_bid, x_ask, $issue\_date$, $expire\_date$.
• Dane wyjściowe: wektor dwóch liczb rzeczywistych będących kolejno kursem forward bid i kursem forward ask, liczonymi w dniu issue_date na dzień expire_date.
• Przykład wywołania: forward(3.9, 3.95, ”30-May-2011”, ”30-Dec-2011”).

2. Funkcja differ_DFd.
• Opis: jest to funkcja pomocnicza znajdująca pochodne czynnika dyskontowego dla waluty niebazowej.
• Dane wejściowe: DF_d, tau.
• Dane wyjściowe: wektor sześciu liczb rzeczywistych będących pochodnymi czynnika dyskontowego, są to kolejno: pierwsza pochodna po cenie spot, pierwsza pochodna po cenie forward, druga pochodna po cenie spot, druga pochodna po cenie forward, pochodna po czasie, pochodna po sigmie.
• Przykład wywołania: differ_DFd(0.95, 0.4).

3. Funkcja differ_F.
• Opis: jest to funkcja pomocnicza znajdująca pochodne ceny forward.
• Dane wejściowe: F, DF_d, DF_f, tau, $sigma$.
• Dane wyjściowe: wektor sześciu liczb rzeczywistych będących pochodnymi ceny forward, są to kolejno: pierwsza pochodna po cenie spot, pierwsza pochodna po cenie forward, druga pochodna po cenie spot, druga pochodna po cenie forward, pochodna po czasie, pochodna po sigmie.
• Przykład wywołania: differ_F(3.90, 0.95, $0, 96$, 0.4, 0.2).

4. Funkcja differ_d.
• Opis: jest to funkcja pomocnicza znajdująca wartość i pochodne funkcji $d(K, \eta)$.
• Dane wejściowe: F, DF_d, DF_f, tau, $sigma$, $strike$, eta.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących wartością (na pierwszej współrzędnej) oraz pochodnymi funkcji $d(K, \eta)$, są to kolejno: pierwsza pochodna po cenie spot, pierwsza pochodna po cenie forward, druga pochodna po cenie spot, druga pochodna po cenie forward, pochodna po czasie, pochodna po sigmie.
• Przykład wywołania: differ_d(3.90, 0.95, $0, 96$, 0.4, 0.2, 3.90, 1).

5. Funkcja differ_h.
• Opis: jest to funkcja pomocnicza znajdująca wartość i pochodne funkcji $h(B, K, \omega)$.
• Dane wejściowe: F, DF_d, DF_f, tau, $sigma$, $barrier$, $strike$, $omega$.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących wartością (na pierwszej współrzędnej) oraz pochodnymi funkcji $h(B, K, \omega)$, są to kolejno: pierwsza pochodna po cenie spot, pierwsza pochodna po cenie forward, druga pochodna po cenie spot, druga pochodna po cenie forward, pochodna po czasie, pochodna po sigmie.
• Przykład wywołania: differ_h(3.90, 0.95, $0, 96$, 0.4, 0.2, 3.90, 4.05, 1).

6. Funkcja differ_Nd.
• Opis: jest to funkcja pomocnicza znajdująca wartość i pochodne funkcji $\mathcal{N}(\phi d(K, \eta))$.
• Dane wejściowe: F, DF_d, DF_f, tau, $sigma$, $strike$, phi, eta.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących wartością (na pierwszej współrzędnej) oraz pochodnymi funkcji $\mathcal{N}(\phi d(K, \eta))$, są to kolejno: pierwsza pochodna po cenie spot, pierwsza pochodna po cenie forward, druga pochodna po cenie spot, druga pochodna po cenie forward, pochodna po czasie, pochodna po sigmie.
• Przykład wywołania: differ_Nd(3.90, 0.95, $0, 96$, 0.4, 0.2, 3.90, 1, 1).

7. Funkcja differ_Nh.

• Opis: jest to funkcja pomocnicza znajdująca wartość i pochodne funkcji $\mathcal{N}(\eta h(B, K, \omega))$.
• Dane wejściowe: F, DF_d, DF_f, *tau*, *sigma*, *barrier*, *strike*, *eta*, *omega*.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących wartością (na pierwszej współrzędnej) oraz pochodnymi funkcji $\mathcal{N}(\eta h(B, K, \omega))$, są to kolejno: pierwsza pochodna po cenie spot, pierwsza pochodna po cenie forward, druga pochodna po cenie spot, druga pochodna po cenie forward, pochodna po czasie, pochodna po sigmie.
• Przykład wywołania: differ_Nh(3.90, 0.95, 0, 96, 0.4, 0.2, 3.90, 4.05, 1, 1).

8. Funkcja differ_l.

• Opis: jest to funkcja pomocnicza znajdująca wartość i pochodne funkcji $l(B, \omega)$.
• Dane wejściowe: F, DF_d, DF_f, *tau*, *sigma*, *barrier*, *omega*.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących wartością (na pierwszej współrzędnej) oraz pochodnymi funkcji $l(B, \omega)$, są to kolejno: pierwsza pochodna po cenie spot, pierwsza pochodna po cenie forward, druga pochodna po cenie spot, druga pochodna po cenie forward, pochodna po czasie, pochodna po sigmie.
• Przykład wywołania: differ_l(3.90, 0.95, 0, 96, 0.4, 0.2, 3.90, 1).

9. Funkcja differ_B1.

• Opis: jest to funkcja pomocnicza znajdująca wartość i pochodne funkcji $B_1(K, \phi, \eta)$.
• Dane wejściowe: F, DF_d, DF_f, *tau*, *sigma*, *strike*, *phi*, *eta*.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących wartością (na pierwszej współrzędnej) oraz pochodnymi funkcji $B_1(K, \phi, \eta)$, są to kolejno: pierwsza pochodna po cenie spot, pierwsza pochodna po cenie forward, druga pochodna po cenie spot, druga pochodna po cenie forward, pochodna po czasie, pochodna po sigmie.
• Przykład wywołania: differ_B1(3.90, 0.95, 0, 96, 0.4, 0.2, 3.90, 1, 1).

10. Funkcja differ_B2.

• Opis: jest to funkcja pomocnicza znajdująca wartość i pochodne funkcji $B_2(B, K, \phi, \eta, \omega)$.
• Dane wejściowe: F, DF_d, DF_f, *tau*, *sigma*, *barrier*, *strike*, *phi*, *eta*, *omega*.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących wartością (na pierwszej współrzędnej) oraz pochodnymi funkcji $B_2(B, K, \phi, \eta, \omega)$, są to kolejno: pierwsza pochodna po cenie spot, pierwsza pochodna po cenie forward, druga pochodna po cenie spot, druga pochodna po cenie forward, pochodna po czasie, pochodna po sigmie.
• Przykład wywołania: differ_B2(3.90, 0.95, 0, 96, 0.4, 0.2, 3.90, 4.05, 1, 1, 1).

11. Funkcja differ_A1.

• Opis: jest to funkcja pomocnicza znajdująca wartość i pochodne funkcji $A_1(K, \phi)$.
• Dane wejściowe: F, DF_d, DF_f, *tau*, *sigma*, *strike*, *phi*.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących wartością (na pierwszej współrzędnej) oraz pochodnymi funkcji $A_1(K, \phi)$, są to kolejno: pierwsza pochodna po cenie spot, pierwsza pochodna po cenie forward, druga pochodna po cenie spot, druga pochodna po cenie forward, pochodna po czasie, pochodna po sigmie.
• Przykład wywołania: differ_A1(3.90, 0.95, 0, 96, 0.4, 0.2, 3.90, 1).

12. Funkcja differ_A2.

• Opis: jest to funkcja pomocnicza znajdująca wartość i pochodne funkcji $A_2(B, K, \phi)$.
• Dane wejściowe: F, DF_d, DF_f, *tau*, *sigma*, *barrier*, *strike*, *phi*.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących wartością (na pierwszej współrzędnej) oraz pochodnymi funkcji $A_2(B, K, \phi)$, są to kolejno: pierwsza pochodna po cenie spot, pierwsza pochodna po cenie forward, druga pochodna po cenie spot, druga pochodna po cenie forward, pochodna po czasie, pochodna po sigmie.
• Przykład wywołania: differ_A2(3.90, 0.95, 0, 96, 0.4, 0.2, 3.90, 4.05, 1).

13. Funkcja differ_A3.

• Opis: jest to funkcja pomocnicza znajdująca wartość i pochodne funkcji $A_3(B, K, \phi, \eta)$.
• Dane wejściowe: F, DF_d, DF_f, *tau*, *sigma*, *barrier*, *strike*, *phi*, *eta*.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących wartością (na pierwszej współrzędnej) oraz pochodnymi funkcji $A_3(B, K, \phi, \eta)$, są to kolejno: pierwsza pochodna po cenie spot, pierwsza pochodna po cenie forward, druga pochodna po cenie spot, druga pochodna po cenie forward, pochodna po czasie, pochodna po sigmie.
• Przykład wywołania: differ_A3(3.90, 0.95, 0, 96, 0.4, 0.2, 3.90, 4.05, 1, 1).

14. Funkcja differ_A4.

• Opis: jest to funkcja pomocnicza znajdująca wartość i pochodne funkcji $A_4(B, K, \phi, \eta)$.

• Dane wejściowe: F, DF_d, DF_f, tau, $sigma$, $barrier$, $strike$, phi, eta.

• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących wartością (na pierwszej współrzędnej) oraz pochodnymi funkcji $A_4(B, K, \phi, \eta)$, są to kolejno: pierwsza pochodna po cenie spot, pierwsza pochodna po cenie forward, druga pochodna po cenie spot, druga pochodna po cenie forward, pochodna po czasie, pochodna po sigmie.

• Przykład wywołania: differ_A4(3.90, 0.95, $0, 96$, 0.4, 0.2, 3.90, 4.05, 1, 1).

15. Funkcja call.

• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji call z zadanymi parametrami.

• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.

• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji call.

• Przykład wywołania: call(3.90, 3.95, 3.90, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

16. Funkcja put.

• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji put z zadanymi parametrami.

• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.

• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji put.

• Przykład wywołania: put(3.90, 3.95, 3.90, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

17. Funkcja riskrev.

• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji risk reversal z zadanymi parametrami.

• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $strike\_1$, $strike\_2$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.

• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji risk reversal.

• Przykład wywołania: riskrev(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

18. Funkcja straddle.

• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji straddle z zadanymi parametrami.

• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.

• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji straddle.

• Przykład wywołania: straddle(3.90, 3.95, 3.90, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

19. Funkcja strangle.

• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji strangle z zadanymi parametrami.

• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $strike\_1$, $strike\_2$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.

• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji strangle.

• Przykład wywołania: strangle(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

20. Funkcja butterfly.

• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji butterfly z zadanymi parametrami.

• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $strike\_1$, $strike\_2$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.

• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji butterfly.
• Przykład wywołania: butterfly(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

21. Funkcja seagull.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji seagull z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $strike\_1$, $strike\_2$, $strike\_3$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji seagull.
• Przykład wywołania: seagull(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, 3.89, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

22. Funkcja concall.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji cash-or-nothing call z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji cash-or-nothing call.
• Przykład wywołania: concall(3.90, 3.95, 3.90, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

23. Funkcja conput.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji cash-or-nothing put z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji cash-or-nothing put.
• Przykład wywołania: conput(3.90, 3.95, 3.90, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

24. Funkcja aoncall.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji asset-or-nothing call z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji asset-or-nothing call.
• Przykład wywołania: aoncall(3.90, 3.95, 3.90, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

25. Funkcja aonput.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji asset-or-nothing put z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji asset-or-nothing put.
• Przykład wywołania: aonput(3.90, 3.95, 3.90, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

26. Funkcja doeucall.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji down-and-out call z barierą typu europejskiego z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $barrier$, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji down-and-out call z barierą typu europejskiego.
• Przykład wywołania: doeucall(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

27. Funkcja uieucall.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji up-and-in call z

barierą typu europejskiego z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $barrier$, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji up-and-in call z barierą typu europejskiego.
• Przykład wywołania: uieucall(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

28. Funkcja uoeucall.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji up-and-out call z barierą typu europejskiego z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $barrier$, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji up-and-out call z barierą typu europejskiego.
• Przykład wywołania: uoeucall(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

29. Funkcja dieucall.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji down-and-in call z barierą typu europejskiego z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $barrier$, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji down-and-in call z barierą typu europejskiego.
• Przykład wywołania: dieucall(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

30. Funkcja doeuput.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji down-and-out put z barierą typu europejskiego z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $barrier$, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji down-and-out put z barierą typu europejskiego.
• Przykład wywołania: doeuput(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

31. Funkcja uieuput.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji up-and-in put z barierą typu europejskiego z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $barrier$, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji up-and-in put z barierą typu europejskiego.
• Przykład wywołania: uieuput(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

32. Funkcja uoeuput.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji up-and-out put z barierą typu europejskiego z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $barrier$, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji up-and-out put z barierą typu europejskiego.
• Przykład wywołania: uoeuput(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

33. Funkcja dieuput.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji down-and-in put z barierą typu europejskiego z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $barrier$, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji down-and-in put z barierą typu europejskiego.
• Przykład wywołania: dieuput(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

34. Funkcja doamcall.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji down-and-out call z

barierą typu amerykańskiego z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, *barrier*, *strike*, *issue_date*, *expire_date*, *vol_param*, BDA, PPO, OSO, *type*.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji down-and-out call z barierą typu amerykańskiego.
• Przykład wywołania: doeucall(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-*May*-2011", "30-*Dec*-2011", *vol_param*, "*sfbd*", 2, 2, "*bid*").

35. Funkcja uiamcall.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji up-and-in call z barierą typu amerykańskiego z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, *barrier*, *strike*, *issue_date*, *expire_date*, *vol_param*, BDA, PPO, OSO, *type*.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji up-and-in call z barierą typu amerykańskiego.
• Przykład wywołania: uieucall(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-*May*-2011", "30-*Dec*-2011", *vol_param*, "*sfbd*", 2, 2, "*bid*").

36. Funkcja uoamcall.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji up-and-out call z barierą typu amerykańskiego z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, *barrier*, *strike*, *issue_date*, *expire_date*, *vol_param*, BDA, PPO, OSO, *type*.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji up-and-out call z barierą typu amerykańskiego.
• Przykład wywołania: uoeucall(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-*May*-2011", "30-*Dec*-2011", *vol_param*, "*sfbd*", 2, 2, "*bid*").

37. Funkcja diamcall.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji down-and-in call z barierą typu amerykańskiego z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, *barrier*, *strike*, *issue_date*, *expire_date*, *vol_param*, BDA, PPO, OSO, *type*.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji down-and-in call z barierą typu amerykańskiego.
• Przykład wywołania: dieucall(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-*May*-2011", "30-*Dec*-2011", *vol_param*, "*sfbd*", 2, 2, "*bid*").

38. Funkcja doamput.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji down-and-out put z barierą typu amerykańskiego z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, *barrier*, *strike*, *issue_date*, *expire_date*, *vol_param*, BDA, PPO, OSO, *type*.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji down-and-out put z barierą typu amerykańskiego.
• Przykład wywołania: doeuput(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-*May*-2011", "30-*Dec*-2011", *vol_param*, "*sfbd*", 2, 2, "*bid*").

39. Funkcja uiamput.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji up-and-in put z barierą typu amerykańskiego z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, *barrier*, *strike*, *issue_date*, *expire_date*, *vol_param*, BDA, PPO, OSO, *type*.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji up-and-in put z barierą typu amerykańskiego.
• Przykład wywołania: uieuput(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-*May*-2011", "30-*Dec*-2011", *vol_param*, "*sfbd*", 2, 2, "*bid*").

40. Funkcja uoamput.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji up-and-out put z barierą typu amerykańskiego z zadanymi parametrami.
• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, *barrier*, *strike*, *issue_date*, *expire_date*, *vol_param*, BDA, PPO, OSO, *type*.
• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji up-and-out put z barierą typu amerykańskiego.
• Przykład wywołania: uoeuput(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-*May*-2011", "30-*Dec*-2011", *vol_param*, "*sfbd*", 2, 2, "*bid*").

41. Funkcja diamput.
• Opis: funkcja znajduję cenę, deltę spot i forward, gammę spot i forward, thetę oraz wegę opcji down-and-in put z

barierą typu amerykańskiego z zadanymi parametrami.

• Dane wejściowe: F_bid, F_ask, $barrier$, $strike$, $issue\_date$, $expire\_date$, vol_param, BDA, PPO, OSO, $type$.

• Dane wyjściowe: wektor siedmiu liczb rzeczywistych będących kolejno ceną, deltą spot, deltą forward, gammą spot, gammą forward, thetą i wegą opcji down-and-in put z barierą typu amerykańskiego.

• Przykład wywołania: dieuput(3.90, 3.95, 3.90, 3.92, "30-May-2011", "30-Dec-2011", vol_param, "$sfbd$", 2, 2, "bid").

Uwaga do powyższej listy.

Część spośród funkcji wykorzystuje pewne dodatkowe funkcje, które powinny być zaimplementowane w programie. Tymi dodatkowymi funkcjami są:

• DF - funkcja obliczająca czynniki dyskontowe (dokładny opis w dokumentacji funkcji znajdujących czynniki dyskontowe).

• $year\_frac$ - funkcja obliczająca frakcję roku (dokładny opis w dokumentacji funkcji kalendarzowych).

• $ImpVol$ - funkcja obliczająca zmienność (dokładny opis w dokumentacji funkcji znajdujących implied volatility).

Bibliografia

[1] K. Cheng, An Overview of Barrier Options, Global Derivatives, 2003, http://www.global-derivatives.com/docs/OverviewofBarrierOptions_(Cheng)_2003.pdf, dostęp 2011-04-10.

[2] E. G. Haug, *The Complete Guide to Option Pricing Formulas* (Second Edition), McGraw-Hill, 2007.

[3] J. C. Hull, *Options, Futures and Other Derivatives* (Sixth Edition), Prentice Hall, 2005.

[4] J. Jakubowski, Modele matematyczne rynków instrumentów pochodnych I, Uniwersytet Warszawski, 2010, http://mst.mimuw.edu.pl/wyklady/ip1/wyklad.pdf, dostęp 2011-04-10.

[5] W. Waluś, M. Baryło, Inżynieria finansowa, Uniwersytet Warszawski, 2010, http://mst.mimuw.edu.pl/wyklady/ifi/wyklad.pdf, dostęp 2011-04-10.

[6] P. Wilmott, J. Dewynne, S. Howison, *Options pricing*, Oxford Financial Preff, 1993.

[7] U. Wystup, A. Weber, Pricing Formulae for Foreign Exchange Options, Wiley, 2009, www.mathfinance.com/wystup/papers/wystup_fxpricingformulae_eqf.pdf, dostęp 2011-04-10.

[8] U. Wystup, *FX options and Structured Products*, Wiley Finance, 2006, media.wiley.com/product_data/excerpt/59/04700114/0470011459.pdf, dostęp 2011-04-10.