

GAL Zadania przygotowawcze do egzaminu

Egzamin pisemny odbędzie się 18 maja od 9.30 do 12.30. Co do egzaminu ustnego to chętnie dla chętnych w poniedziałek po piątku.

Na egzaminie będzie 5 zadań do wyboru z 6, ale tylko zadania teoretyczne będą do wyboru: 2 z 3. Poprawne i pełne rozwiązanie (3) zadań rachunkowych wystarczy do zdania egzaminu na 3 (przypomnę, że ćwiczenia też mają znaczenie).

Chciałbym przypomnieć, że egzamin jest z całego roku a nie tylko z drugiego semestru. Ale oczywiście tego co było w pierwszym semestrze i tak w znacznym stopniu używaliśmy, choć może być jakieś zadanie na sprytnie policzenie wyznaczników (nie podam poniżej przykładu, ale sami mogą Państwo spróbować znaleźć).

W ramach wskazówek: na pewno będzie jedno zadanie z tensorów i jedno z geometrii afinicznej/rzutowej. Co najmniej jedno z tych dwóch będzie rachunkowe. Należy się też spodziewać, że tematy, których nie było na kolokwium a są w zadaniach przygotowawczych do kolokwium (np. operatory symplektyczne, samosprężone, normalne, ortogonalne, unitarne i hermitowskie) znajdą swoje miejsce na egzaminie.

Oprócz zadań przygotowawczych do kolokwium, które są aktualne, poniżej podaję kilka przykładowych zadań używając numerów ze "Zbioru zadań z algebry" pod red. Kostrikin (numery wg wydania z 1995 roku).

Z Części 2:

Rozdział 5: Tensory

Zadania 5.1.7, 5.1.12, 5.1.14, 5.2.3, 5.2.8, 5.2.9, 5.2.16, 5.2.17

Rozdział 6: Geometria afiniczna, euklidesowa i rzutowa

Zadania 6.4.16, 6.4.22, 6.4.27, 6.4.29, 6.4.33, 6.5.8, 6.5.9, 6.5.17 (ładne), 6.5.25, 6.5.26

Inne przykłady:

Zad.

Niech g będzie formą dwuliniową na przestrzeni euklidesowej V . Załóżmy, że dla dowolnych prostopadłych wektorów v, w mamy $g(v, w) = 0$. Pokazać, że g jest proporcjonalne do zadanego na V iloczynu skalarnego.

Zad. (przykładowe teoretyczne na tensory i łatwe wyznaczniki)

Pokazać, że jeśli $f : V \rightarrow V$ jest operatorem na przestrzeni liniowej V wymiaru n nad ciałem charakterystyki 0, to wyznacznik indukowanego przekształcenia na potęgach symetrycznych spełnia $\det(S^p f) = (\det S)^q$, gdzie $q = \frac{p}{n} \binom{n+p-1}{p}$.