Geometria Algebraiczna, Seria 4

Zad. 1.
R. Hartshorne "Algebraic Geometry", Chapter II, Exercise 2.3.

Zad. 2.
R. Hartshorne "Algebraic Geometry", Chapter II, Exercise 2.18

Zad. 3.
Pokazać, że jeśli X i Y są lokalnie opierścienionymi przestrzeniami to presnop zbiorów na X, przyporządkowujący zbiorowi otwartemu $U \subset X$ morfizmy przestrzeni opierścienionych $\mathrm{Hom}(U, Y)$ z U do Y, jest snopem.

Zad. 4.
Pokazać, że jeśli X jest lokalnie opierścienioną przestrzenią i Y jest schematem afinicznym, to mamy naturalną bijekcję

$$\mathrm{Hom}(X, Y) \to \mathrm{Hom}(\Gamma(Y, \mathcal{O}_Y), \Gamma(X, \mathcal{O}_X)).$$

(Uwaga: to jest silniejsze niż Hartshorne Chapter II, Exercise 2.4!; w razie problemów można założyć, że X jest schematem). Wywnioskować, że $\mathrm{Spec}\,\mathbb{Z}$ jest obiektem końcowym w kategorii schematów.

Zad. 5.
Niech k będzie ciałem algebricznie domkniętym i niech $f : \mathbb{A}^2_k \to \mathbb{A}^2_k$ będzie morfizmem zadanym przez $(x, y) \to (x, xy)$. Opisać obraz f i pokazać, że nie jest on otwarty w swoim domknięciu.