

Zadania z RP1 - 7

1. Zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy z parametrem 2. Wyznaczyć rozkład zmiennej $Y = e^{-2X}$.

2. Zmienna losowa X ma rozkład normalny $\mathcal{N}(0, 1)$. Wyznaczyć gęstości zmiennych $Y = e^X$, $Z = X^2$.

3. Zmienne losowe X_1, X_2, \dots, X_n są niezależne i mają rozkłady wykładnicze z parametrami $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$. Wyznaczyć rozkład zmiennej $Y = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$.

4. Zmienna losowa (X, Y) ma rozkład z gęstością

$$g(x, y) = Cxy1_{\{0 \leq x \leq y \leq 1\}}.$$

- a) Wyznaczyć C .
- b) Obliczyć $\mathbb{P}(X + Y \leq 1)$.
- c) Wyznaczyć rozkład zmiennej Y/X .
- d) Czy X, Y są niezależne?
- e) Czy $X/Y, Y$ są niezależne?

5. Zmienna losowa X ma rozkład Cauchy'ego, tzn. z gęstością

$$g(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 + x^2}.$$

Udowodnić, że zmienne $X, 1/X$ mają ten sam rozkład.

6. Zmienna losowa X ma standardowy rozkład normalny, a ε jest zmienną Rademachera niezależną od X . Udowodnić, że εX ma ten sam rozkład, co X .