

Zadania z RP1 - 3

1. Rzucamy dwa razy kostką. Rozważmy zdarzenia: A – za pierwszym razem wypadła liczba oczek podzielna przez 3; B – suma wyrzuconych oczek jest parzysta; C – za każdym razem uzyskaliśmy tę samą liczbę oczek. Czy zdarzenia A , B , C są niezależne? Czy są parami niezależne?

2. Na n kartonikach zapisano n różnych liczb rzeczywistych. Kartoniki włożono do pudełka, dobrze wymieszano, a następnie losowano kolejno bez zwracania. Niech A_k – k -ta wylosowana liczba jest większa od poprzedniej.

a) Udowodnić, że $\mathbb{P}(A_k) = 1/k$, $k = 1, 2, \dots, n$.

b) Udowodnić, że zdarzenia A_1, A_2, \dots, A_n są niezależne.

3. Jakie jest prawdopodobieństwo otrzymania parzystej liczby sukcesów w schemacie Bernoulliego $B(n, p)$?

4. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że liczba sukcesów w schemacie Bernoulliego n prób z $p = \frac{1}{2}$ będzie podzielna

a) przez 3?

b) przez 4?

Czy można znaleźć granice tych prawdopodobieństw, gdy $n \rightarrow \infty$?

5. Prawdopodobieństwo tego, że w urnie znajduje się k kostek, wynosi $\frac{2^k}{k!}e^{-2}$, $k = 0, 1, 2, \dots$. Losujemy kolejno bez zwracania wszystkie kostki z urny i wykonujemy rzuty każdą z nich. Jakie jest prawdopodobieństwo, że uzyskamy l szóstek?

6. Rzucono 10 razy kostką. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że w pierwszym rzucie otrzymano szóstkę, jeśli wiadomo, że

a) otrzymano trzy szóstki?

b) w następnych dziewięciu rzutach otrzymano same szóstki?

7. Rzucamy kostką aż do momentu gdy wyrzucimy piątkę bądź trzy razy szóstkę (łącznie, niekoniecznie pod rząd). Jakie jest prawdopodobieństwo, że rzucimy dokładnie n razy?

8. Dwie osoby rzucają po n razy symetryczną monetą. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wyrzucą tę samą liczbę reszek?