

## Zadania z RP1 - 6

1. Zmienne  $X, Y$  są niezależne i mają rozkłady geometryczne z parametrami  $p, r$ , odpowiednio. Obliczyć  $\mathbb{P}(X < Y)$ .
2. Zmienne  $X, Y$  są niezależne, przy czym  $X$  nie ma atomów. Udowodnić, że  $\mathbb{P}(X = Y) = 0$ .
3. Zmienne losowe  $X_1, X_2, \dots, X_n$  są niezależne i mają rozkłady Poissona z parametrami  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ . Udowodnić, że  $X_1 + X_2 + \dots + X_n$  ma rozkład Poissona z parametrem  $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$ .
4. Zmienne  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$  są niezależne i mają ten sam rozkład  $\mathbb{P}(\varepsilon_k = 1) = \mathbb{P}(\varepsilon_k = -1) = 1/2$ . Udowodnić, że zmienne  $\varepsilon_1\varepsilon_2, \varepsilon_2\varepsilon_3, \dots, \varepsilon_{n-1}\varepsilon_n$  są niezależne.
5. Zmienne losowe  $X, Y$  są niezależne, przy czym  $X$  ma rozkład  $B(n, p)$ , a  $Y$  ma rozkład  $B(m, p)$ . Udowodnić, że  $X + Y$  ma rozkład  $B(n + m, p)$ .
6. Zmienna losowa  $X$  jest niezależna od siebie samej. Udowodnić, że istnieje  $c$  takie, że  $\mathbb{P}(X = c) = 1$ .
7. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład wykładniczy z parametrem 1.
  - a) Wyznaczyć rozkłady zmiennych  $[X]$  oraz  $\{X\}$ .
  - b) Czy zmienne te są niezależne?