

## Zadania z RP1 - 4

1. Z odcinka  $[0, 1]$  losujemy przeliczalnie wiele punktów. Udowodnić, że z prawdopodobieństwem 1 w każdym otwartym podprzedziale tego odcinka znajdzie się co najmniej jeden punkt.

2. Rzucamy nieskończenie wiele razy monetą, dla której prawdopodobieństwo wypadnięcia orła wynosi  $p \neq 1/2$ . Niech dla  $n = 2, 4, 6, \dots$ ,  $A_n$  oznacza zdarzenie, iż w  $n$  pierwszych rzutach wypadło tyle samo orłów, co reszek. Udowodnić, że z prawdopodobieństwem 1 zaszło skończenie wiele zdarzeń  $A_n$ .

3. Z odcinka  $[0, 1]$  wybieramy kolejno nieskończenie wiele liczb  $X_1, X_2, \dots$ . Udowodnić, że

$$\mathbb{P}(\lim_{n \rightarrow \infty} X_1 X_2 \dots X_n = 0) = 1.$$

4. Rzucamy symetryczną monetą aż do momentu, gdy wyrzucimy 5 reszek (łącznie, niekoniecznie pod rząd). Niech  $X$  oznacza liczbę rzutów. Wyznaczyć rozkład zmiennej  $X$ .

5. Rzucamy 6 razy sześcienną kostką. Niech  $X$  oznacza liczbę wyrzuconych dwójek, a  $Y$  - liczbę wyrzuconych szóstek. Obliczyć  $\mathbb{P}(X \leq Y)$ .

6. Tekst artykułu zawiera 1000000 znaków. W trakcie pisania każdy znak może zostać błędnie wprowadzony z prawdopodobieństwem 0,0001. Recenzent znajduje każdy z błędów z prawdopodobieństwem 0,99. Jakie jest prawdopodobieństwo, że po recenzji tekst będzie zawierał nie więcej niż 2 błędy?

7. Na Ochocie gnie średnio 7 samochodów tygodniowo. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jutro żaden samochód nie będzie ukradziony?