

Zadania z RP1 - 1

1. Z talii 52 kart wybieramy 13 kart tak, aby dokładnie a) siedem, b) sześć kart było tego samego koloru. Na ile sposobów można to uczynić?

2. W szafie jest n par butów. Wyjmujemy na chybił trafił k butów ($k \leq n$). Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że

a) wśród wyjętych butów jest co najmniej jedna para,

b) wśród wyjętych butów jest dokładnie jedna para.

3. Na ile sposobów można ustawić w ciąg sześć jedynek, pięć dwójek oraz cztery trójki?

4. Klasa liczy 15 uczniów. Nauczyciel wybiera na każdej lekcji na chybił trafił jednego ucznia do odpowiedzi. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że w ciągu 16 lekcji każdy uczeń będzie przepytany.

5. Wyznaczyć liczbę rozwiązań równania $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 50$

a) w liczbach całkowitych nieujemnych x_1, x_2, x_3, x_4 ,

b) w liczbach całkowitych dodatnich x_1, x_2, x_3, x_4 .

6. Rzucamy jednocześnie 7 nieodróżnialnymi kostkami do gry. Ile jest możliwych wyników?

7. Ile jest takich „szóstek” w Totolotku, że żadne dwie z wylosowanych liczb nie są kolejne?

8. (Ω, \mathcal{F}, P) jest przestrzenią probabilistyczną, $A, B, C \in \mathcal{F}$.

a) $P(A \cup B) = 1/2$, $P(A \cap B) = 1/4$, $P(A \setminus B) = P(B \setminus A)$. Obliczyć $P(A)$ oraz $P(B \setminus A)$.

b) $A \cup B \cup C = \Omega$, $P(B) = 2P(A)$, $P(C) = 3P(A)$, $P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C)$. Wykazać, że $1/6 \leq P(A) \leq 1/4$.

c) $P(A) \geq 2/3$, $P(B) \geq 2/3$, $P(C) \geq 2/3$, $P(A \cap B \cap C) = 0$. Obliczyć $P(A)$.

9. W celu oszacowania liczby ryb w stawie złowiono n ryb i po oznakowaniu wypuszczono je z powrotem. Następnie znowu złowiono n ryb i okazało się, że k ryb jest oznakowanych. Dla jakiej liczby N ryb w stawie taki wynik jest najbardziej prawdopodobny?

10. Rozdano 52 karty czterem graczom, po 13 kart każdemu. Jakie jest prawdopodobieństwo, że każdy z graczy ma co najmniej jednego pika?

11. Jest N listów i N zaadresowanych kopert z różnymi adresami. Każdy list odpowiada dokładnie jednemu adresowi i na odwrót. Włożono listy do kopert na chybił trafił, po jednym liście do każdej koperty. Obliczyć prawdopodobieństwo, że żaden list nie trafił do właściwej koperty.