

Metodyka nauczania Rachunku Prawdopodobieństwa
- zadania na drugą kartkówkę.

1. Dziewięciu podróżnych wsiada losowo do trzech wagonów. Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że

- a) do każdego wagonu wsiądzie trzech podróżnych,
- b) żaden wagon nie będzie pusty.

2. Rzucamy 12 razy prawidłową monetą.

- a) Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że wypadło tyle samo orłów co reszek.
- b) Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że wypadło tyle samo orłów co reszek, przy czym dwunasty rzut to pierwszy rzut, po którym zrównały się liczby orłów i reszek.

3. Na ustalonym okręgu losujemy trzy punkty i łączymy je odcinkami. Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że największy kąt powstałego trójkąta jest nie mniejszy niż $2\pi/3$.

4. Druć metalowy o długości 20 cm zgięto w losowo wybranym punkcie. Dłuższą z pozostałych części zgięto jeszcze w dwóch punktach tak, że powstała prostokątna ramka. Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że pole ograniczone przez tę ramkę nie przekracza 21 cm^2 .

5. Z urny zawierającej n białych i n czarnych kul wyciągamy losowo parzystą liczbę kul (wszystkie odróżnialne próbki, zawierające parzystą liczbę kul, włącznie z próbką o liczności 0, są równoprawdopodobne). Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że wśród wyciągniętych kul będzie tyle samo kul białych co czarnych.

6. W urnie znajduje się n kartek ponumerowanych liczbami od 1 do n . Wyciągamy z urny bez zwracania kolejno k kartek ($k \in \{1, 2, \dots, n\}$ jest ustaloną liczbą całkowitą). Niech x_i będzie numerem i -tej wyciągniętej kartki. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że w ciągu $(0, x_1, \dots, x_k, 0)$ jest dokładnie jedno maksimum lokalne.

Uwaga. Wyraz ciągu nazywamy maksimum lokalnym, jeśli jest liczbą większą od obu wyrazów sąsiednich.

7. Dana jest liczba naturalna $n \geq 1$. Rozważamy tabelę zbudowaną z $n(n+1)/2$ okienek, ustawionych w n rzędach: jedno okienko w pierwszym rzędzie, dwa w drugim itd., n okienek w n -tym rzędzie. W okienka tabeli wpisujemy w sposób losowy liczby od 1 do $n(n+1)/2$. Niech m_k będzie największą z liczb w k -tym rzędzie. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że $m_1 < m_2 < \dots < m_n$.

8. Spośród wszystkich podzbiorów zbioru $\{1, 2, \dots, n\}$ losujemy kolejno ze zwracaniem trzy zbiory A, B, C (za każdym razem wylosowanie każdego spośród 2^n podzbiorów jest jednakowo prawdopodobne). Wyznaczyć najbardziej prawdopodobną liczbę elementów zbioru $A \cap B \cap C$.