

Elementy Analizy Matematycznej 2007/2008, ćwiczenia szóste

1. Obliczyć pochodną funkcji f w punkcie x_0 , jeśli

$$\text{a) } f(x) = \frac{(x+1)(x+2)\dots(x+2007)}{(x-1)(x-2)\dots(x-2007)}, \quad x_0 = -1000,$$

$$\text{b) } f(x) = \operatorname{tg} x \cos x \ln x, \quad x_0 = \pi.$$

2. Wyznaczyć pochodną funkcji w tych punktach, w których istnieje, jeśli $f(x) =$

$$\text{a) } 5 + 3x + 6x^2 - 100x^5$$

$$\text{b) } \sqrt{2+5x},$$

$$\text{c) } \frac{x+1}{(x+2)^2 x^3}$$

$$\text{d) } \sin(x^3 + 5x - 1),$$

$$\text{e) } x^x$$

$$\text{f) } 5 \sin^2 x + \frac{1}{\cos x}$$

$$\text{g) } \sqrt{\operatorname{tg} x + 1}$$

$$\text{h) } e^{-x^2+x},$$

$$\text{i) } |\sin x|$$

$$\text{j) } \ln|x|,$$

$$\text{k) } x|x|$$

$$\text{l) } \sqrt[5]{\frac{1+x}{1-x}}.$$

3. Wyznaczyć prostą styczną do wykresu f w punkcie x_0 , jeśli

$$\text{a) } f(x) = \sqrt{x^2+1}, \quad x_0 = 1,$$

$$\text{b) } f(x) = e^{\sin x}, \quad x_0 = \pi,$$

$$\text{c) } f(x) = \ln(e^x + 1), \quad x_0 = 0,$$

$$\text{d) } f(x) = \frac{x^2}{x+1} \quad x_0 = 2.$$

4. Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji f na zbiorze I , jeśli

$$\text{a) } f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1, \quad I = [-5, 5], \quad \text{b) } f(x) = |x^2 - 3x + 2| + x, \quad I = [0, 3],$$

$$\text{c) } f(x) = e^{x|x+2|}, \quad I = [-4, 2], \quad \text{d) } f(x) = x \ln x, \quad I = (0, \infty).$$

5. Wyznaczyć liczbę rozwiązań równania

$$\text{a) } e^x(x^3 - 12x^2 + 21x + 3) = 0,$$

$$\text{b) } e^x = ax + 5, \quad a \in \mathbb{R},$$

$$\text{c) } \ln x = x^2 - x$$

$$\text{d) } \sin x = x + 1.$$

6. Do rzeki o szerokości 27 m wpada pod kątem prostym kanał o szerokości 8 m. Jaka jest największa długość statku, który może wpłynąć z kanału do rzeki?