

Elementy Analizy Matematycznej 2007/2008, ćwiczenia dwunaste

1. Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji f , jeśli

- a) $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$, b) $f(x, y) = 3x^8 + 3y^8 + 8x^3y^3$,
c) $f(x, y, z) = x^3 + y^2 + z^2 + 12xy + 2z$, d) $f(x, y) = -x^4 + y^4 + 4x^2y - 2y^2$.

2. Wyznaczyć maksimum i minimum funkcji f na zbiorze E , jeśli

- a) $f(x, y) = 4xy$ $E = \{(x, y) : x^4 + y^4 \leq 1\}$,
b) $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ $E = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 100\}$,
c) $f(x, y, z) = xyz$ $E = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1, x + y + z = 0\}$,
d) $f(x, y, z) = xy^2z^3$ $E = \{(x, y, z) : x + y + z = 6, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.

3. Wyznaczyć punkty na powierzchni $z = xy + 5$, które znajdują się najbliżej punktu $(0, 0, 0)$.

4. Obliczyć całki

- a) $\int x \sin x dx$, b) $\int \cos^2 x dx$,
c) $\int_0^\pi x^2 \cos x dx$, d) $\int_{-1}^1 \frac{3x+1}{x^2+1} dx$.