

Zadania na siódmą kartkówkę, Elementy Analizy Matematycznej, 2007/2008.

1. Dane są dwie liczby rzeczywiste o iloczynie 100. Jaka jest najmniejsza możliwa suma ich kwadratów?

2. Suma dwóch liczb dodatnich wynosi 20. Jaka jest najmniejsza możliwa suma ich odwrotności?

3. Rozważamy wszystkie prostopadłościany o objętości 1 mające w podstawie kwadrat.

a) Jakie jest najmniejsze możliwe pole powierzchni prostopadłościanu?

b) Jakie jest najmniejsze możliwe pole powierzchni bocznej prostopadłościanu?

c) Jaka jest najmniejsza możliwa długość przekątnej prostopadłościanu?

d) Jaka jest najmniejsza możliwa długość przekątnej ściany bocznej prostopadłościanu?

4. Wyznaczyć największy wyraz ciągu (a_n) , jeśli dla $n \geq 1$,

a) $a_n = -n^3 + 48n + 1$,

b) $a_n = e^{-n^2+8n} + 1000$,

c) $a_n = \operatorname{tg}(ne^{-2n})$,

d) $a_n = \left(\frac{1}{n} + 4\right) \ln \left(\frac{1}{n} + 4\right)$.

5. Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji f na zbiorze I , jeśli

a) $f(x) = 2 \sin x + \sin 2x$, $I = [0, \pi]$, b) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$, $I = [-1, 3]$,

c) $f(x) = \ln \sqrt{x^2 + (x-2)^2}$, $I = [0, 3]$, d) $f(x) = e^{\operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos x}}$, $I = [0, \pi/4]$.