

**Zadania na piątą kartkówkę, Elementy Analizy Matematycznej,
2007/2008.**

1. Zbadać zbieżność i zbieżność bezwzględną szeregów.

a) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right)$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{\sin n}$

c) $\sum_{n=20}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \sqrt{n^3 + 5}}$

d) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(1 + 3 \cdot (-1)^n)}.$

2. Wyznaczyć, dla jakich x podany szereg jest zbieżny, a dla jakich zbieżny bezwzględnie.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n + 1}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n + 5)x^n}{(2n)^n}$

c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{5^n x^{2n}}{n + \sqrt{n}}$

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3 + n)x^n}{2^n + n^2}.$

3. Zbadać zbieżność szeregu

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\pi + \frac{2}{n^2}\right)$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n^n + 2n + 1)}$

c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{e} - 1}{n + 5}$

d) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{13 + \ln n}{e^n + \sin n + 5}.$

4. Wyznaczyć granicę

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\sin(x - 1)}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x + \sin x} - 1}{x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 5 \sin x} - x - 1$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{-5} e^x.$