

Zadania na szóstą kartkówkę, Elementy Analizy Matematycznej, 2007/2008.

1. Wyznaczyć granicę

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{3x} - e^x - 1}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{1/x} + 2^x}{x + 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x + \sin(\pi x)}{x - 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\cos(3x) - \cos x).$

2. Wyznaczyć pochodną funkcji f w punkcie x_0 , jeśli istnieje:

a) $f(x) = \frac{x^2}{(x+1)^{1000}(x+2)^{999}}, \quad x_0 = 0,$ b) $f(x) = (\ln x)^5 \cdot \sqrt[100]{5x^{100} - 12x^{50} + 1000}, \quad x_0 = 1,$

c) $f(x) = \sin^2 x \frac{\ln(x+13 - \sin x)}{1+x^2+x^6}, \quad x_0 = \pi,$ d) $f(x) = \sqrt{|x| - \sin x}, \quad x_0 = 0.$

3. Wyznaczyć pochodną funkcji f w punktach, w których istnieje, jeśli $f(x) =$

a) $\ln \sin x$

b) $x^2 \log_3 x$

c) $\cos^3 4x$

d) $\frac{\ln x}{1+x^2}$

e) $3 \sin(3x+5)$

f) $\frac{e^x}{1+x^2}$

g) $\frac{x}{x^3-1}$

h) $e^{\sqrt{x^2+1}}$

i) $\sqrt{x + \sqrt{x}}$

j) $\sqrt[4]{x} \sin(x^2).$

4. Wyznaczyć największą i najmniejszą wartość funkcji f na zbiorze I , jeśli

a) $f(x) = 2 \sin x + \sin 2x, \quad I = [0, \pi],$ b) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1, \quad I = [-1, 3],$

c) $f(x) = \ln \sqrt{x^2 + (x-2)^2}, \quad I = [0, 3],$ d) $f(x) = e^{\operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos x}}, \quad I = [0, \pi/4].$