

Zadania z Analizy Funkcjonalnej - seria 7

1. Wyznaczyć przestrzeń dualną do c .
2. Niech μ będzie regularną miarą borelowską (ze znakiem) na $[0, 1]$. Wykazać, że jeśli dla każdego $n = 0, 1, 2, \dots$ zachodzi równość $\int_{[0,1]} x^n d\mu(x) = 0$, to $\mu = 0$.
3. Niech X będzie refleksywną przestrzenią Banacha. Udowodnić, że dla każdego $\varphi \in X^*$ istnieje $x \in X$ taki, że $\|x\| = 1$ oraz $\varphi(x) = \|\varphi\|$. Czy założenie o refleksywności X jest istotne?
4. Wykazać, że jeśli X jest ośrodkową przestrzenią refleksywną, to X^* także jest ośrodkowa.
5. Załóżmy, że $x = (x_n)_{n=1}^\infty$ jest takim ciągiem, że dla każdego $y \in l_p$ szereg $\sum_{n=1}^\infty x_n y_n$ jest zbieżny. Wykazać, że $x \in l_q$ dla $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.
6. Niech $(X, \|\cdot\|)$ będzie przestrzenią Banacha, a $A \subseteq X$ jej podzbiorem. Przypuśćmy, że dla każdego $\varphi \in X^*$, zbiór $\{\varphi(x) : x \in A\}$ jest ograniczony w $\mathbb{R}$. Udowodnić, że A jest zbiorem ograniczonym w X (tzn. istnieje kula $B(0, R)$ zawierająca A).