Seminarium Badawcze Zakładu Fizyki Matematycznej

O istnieniu regularnych rozwiązań dla równań MHD w trójwymiarowych obszarach cylindrycznych

Bernard Nowakowski (UW)

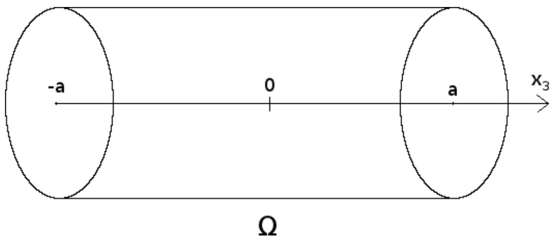
03.10.2011

Badamy istnienie i regularność rozwiązań następujących układów równań w szczególnych przypadkach:

$$\begin{cases} v_{,t} + (v\cdot\nabla)\,v - \nu\Delta v + \nabla p = (H\cdot\nabla)\,H - H\,(\nabla\cdot H) + f, \\ \operatorname{div} v = 0, \\ H_{,t} + (v\cdot\nabla)\,H - (H\cdot\nabla)\,v - \nu_k \Delta H = g, \\ \operatorname{div} H = 0, \\ v|_{t=0} = v(0), \\ H|_{t=0} = H(0), \end{cases} \tag{1a}$$

$$\begin{cases} \operatorname{rot} H \times n = 0, \\ H\cdot n = 0, \end{cases} \tag{1b}$$

$$\begin{cases} w \perp v \times n = 0, \\ v\cdot n = 0. \end{cases} \tag{1c}$$



Rysunek 1: Rozważany obszar

Wszystkie równania mają miejsce w przestrzeni Ω^t. Układ (1a) nie jest nadokreślony, o ile $\operatorname{div} g = 0$.

Wynik przedstawianej pracy jest następujący:

Twierdzenie 1. *Zakładamy, że:*

$$v(0), H(0), v_{,x_3}(0), H_{,x_3}(0) \in H^1(\Omega).$$

Wprowadzamy wielkość

$$\delta(0) := \|v_{,x_3}(0)\|^2_{L^2(\Omega)} + \|H_{,x_3}(0)\|^2_{L^2(\Omega)} + \|f_{,x_3}\|^2_{L^2(\Omega^t)} + \|g_{,x_3}\|^2_{L^2(\Omega^t)}.$$

Jeśli $\delta(0)$ jest dostatecznie mała, to istnienie rozwiązanie zagadnienia (1) takie, że $v, H \in W^{2,1}_2(\Omega^t)$ oraz

$$\|v\|_{W^{2,1}_2(\Omega^t)} + \|H\|_{W^{2,1}_2(\Omega^t)} + \|\nabla p\|_{L^2(\Omega^t)} \leq DANE.$$

Uwaga 1. *Oznaczmy*

$$A := \|v(0)\|_{H^1} + \|H(0)\|_{H^1} + \|f\|_{L^2} + \|g\|_{L^2} + \|f_{,x_3}\|_{L^2} + \|g_{,x_3}\|_{L^2}.$$

Wtedy zależność między danymi a małością $\delta(0)$ to:

$$\delta(0) \sim \frac{e^{-A^2}}{A^{17}}.$$

Powyższy wzór pokazuje jak mała ma być składowa pionowa względem całości normy. Ponadto, nie zakładamy, że A jest małe.

notował Jan Wróblewski