Seminarium Badawcze Zakładu Fizyki Matematycznej
Topologiczne rozwinięcie asymptotyczne funkcjonału Mumforda-Shaha

Monika Muszkieta (Politechnika Wrocławska)

06.10.2011

Omawiane zagadnienie znajduje swoje zastosowanie w cyfrowym przetwarzaniu obrazów przy operacji segmentacji. Rozważamy obraz zapisany za pomocą funkcji f:

$$\Omega \subseteq \mathbb{R}^2 \text{ - otwarty i ograniczony}$$
$$f\colon \Omega \mapsto \mathbb{R}$$

Przeciwdziedziną funkcji jest liczba rzeczywista reprezentująca odcień koloru szarego.

Postawionym problemem jest minimalizacja funkcjonału Mumforda-Shaha zadanego w następujący sposób:

$$F(u,K) = \frac{1}{2}\int_{\Omega} (u-f)^2\,dx + \frac{\alpha}{2}\int_{\Omega\setminus K} |\nabla u|^2\,dx + \beta\mathcal{H}^1(K)$$

Gdzie:

$$K \subset \Omega \text{ - zbiór krawędzi obrazu}$$
$$u \in H^1(\Omega\setminus K) \text{ - zakodowany obraz na podstawie oryginalnego obrazu } f$$

Udowodniono wcześniej, że istnieje minimum tego funkcjonału.

Rozpatrujemy funkcjonał y_ε przybliżający ten model. Niech:

$$Y \subset \Omega$$
$$\#Y < \infty$$
$$v\colon \Omega \mapsto \mathbb{R}$$
$$v(x) = \begin{cases} k > 0 & \text{dla } x \in \cup_{y\in Y} B_\varepsilon(y) \\ 1 & \text{dla } x \in \Omega \setminus \overline{\cup_{y\in Y} B_\varepsilon(y)} \end{cases}$$
$$y_\varepsilon(u,v) = \frac{1}{2}\int_{\Omega} (u-f)^2\,dx + \frac{\alpha}{2}\int_{\Omega} v\,|\nabla u|^2\,dx + \beta 2\varepsilon\#Y$$

Wiadomo, że y_ε zbiega w sensie zbieżności typu Γ do F.

W dalszej części rozważamy topologiczne rozwinięcie asymptotyczne tego funkcjonału.