

PESEL:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

UNIwersytet Warszawski
Wydział Matematyki, Informatyki
i Mechaniki

**Egzamin wstępny na studia 2 stopnia
na kierunku INFORMATYKA**

1 lipca 2020 roku

Czas rozwiązywania: 150 minut

W każdym spośród 30 zadań podane są trzy warianty: (a), (b) oraz (c). W kratce przy każdym z wariantów należy odpowiedzieć, czy jest on prawdziwy, wpisując drukowanymi literami TAK albo NIE. W przypadku omyłkowego wpisu kratkę należy przekreślić i napisać jedno z tych słów po jej lewej stronie.

Przykład poprawnego rozwiązania zadania

4. Każda liczba całkowita postaci $10^n - 1$, gdzie n jest całkowite i dodatnie,

TAK

 (a) dzieli się przez 9;

NIE

 (b) jest pierwsza;

TAK

 (c) jest nieparzysta.

Na stronach testu można pisać wyłącznie we wskazanych wyżej miejscach i jedynie słowa TAK oraz NIE. Pisać należy długopisem lub piórem.

Zasady punktacji

Kandydat zdobywa punkty „duże” (od 0 do 30) i punkty „małe” (od 0 do 90):

- *jeden punkt „duży” kandydat uzyskuje za zadanie, w którym poprawnie wskazał prawdziwość albo fałsz każdego z trzech związanych z tym zadaniem wariantów odpowiedzi;*
- *jeden punkt „mały” kandydat uzyskuje za każde poprawne wskazanie prawdziwości albo fałszu pojedynczego wariantu odpowiedzi. Oznacza to, że 3 „małe” punkty uzyskane w jednym zadaniu składają się na jeden „duży” punkt.*

Ostatecznym wynikiem egzaminu jest liczba

$$W = D + m/100$$

gdzie D oznacza liczbę „dużych”, a m liczbę „małych” punktów. Na przykład: 5,50 oznacza, że kandydat poprawnie wskazał w całym teście prawdziwość albo fałsz łącznie 50 wariantów odpowiedzi, w tym każdego z trzech wariantów dla pewnych pięciu zadań.

Zasadniczą rolę w ostatecznym wyniku testu mają punkty „duże”. Punkty „małe” zwiększają rozdzielczość, jeśli wielu kandydatów dostało tyle samo „dużych” punktów.

Powodzenia!

1. nieskończony ciąg $\langle a_n \rangle_{n \geq 0}$ liczb rzeczywistych dodatnich jest ograniczony. Wynika z tego, że

- (a) jeśli ciąg $\langle \sin(a_n) \rangle_{n \geq 0}$ jest zbieżny, to jest monotoniczny;
- (b) ciąg $\langle \exp(-a_n) \rangle_{n \geq 0}$ ma podciąg zbieżny do granicy dodatniej;
- (c) jeśli ciąg $\langle \exp(-a_n) \rangle_{n \geq 0}$ jest zbieżny, to ciąg $\langle \arctg(a_n) \rangle_{n \geq 0}$ jest zbieżny do granicy dodatniej.

2. Funkcja $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ jest ciągła. Wynika z tego, że

- (a) pochodna $f'(x)$ istnieje dla wszystkich $x \in [0, 1] \setminus A$, gdzie $A \subset [0, 1]$ jest pewnym zbiorem skończonym;
- (b) zbiór wartości f jest punktem lub przedziałem domkniętym;
- (c) funkcja f jest sumą pewnego szeregu potęgowego.

3. Ciąg funkcji ciągłych i ograniczonych $f_n: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ ma tę własność, że $\int_0^1 f_n(t) dt = 0$ dla $n = 1, 2, \dots$. Wynika z tego, że

- (a) dla każdego $n = 1, 2, \dots$ istnieje granica prawostronna funkcji f_n dla $t \rightarrow 0^+$;
- (b) ciąg liczbowy $\langle f_n(t) \rangle$ jest zbieżny do zera dla każdego $t \in (0, 1)$;
- (c) jeśli ciąg liczbowy $\langle f_n(t) \rangle$ jest zbieżny do zera dla każdego $t \in (0, 1)$, to $\int_0^1 |f_n(t)| dt \rightarrow 0$ dla $n \rightarrow \infty$.

4. (G, \diamond, e) jest grupą, $a, b, c \in G$ oraz $a \diamond c = e$. Wynika z tego, że

- (a) $a \diamond b = b \diamond a$;
- (b) $a \diamond c = c \diamond a$;
- (c) $(b \diamond a) \diamond (c \diamond b) = b \diamond b$.

5. X i Y są przestrzeniami liniowymi skończonego wymiaru nad ciałem liczb rzeczywistych i $f: X \rightarrow Y$ jest przekształceniem liniowym. Wynika z tego, że

- (a) jeśli $\ker f = \{0\}$, to $\dim X \leq \dim Y$;
- (b) jeśli $\ker f \neq \{0\}$, to $\dim X > \dim Y$;
- (c) jeśli $\dim X > \dim Y$, to $\ker f \neq \{0\}$.

6. Każdy porządek częściowy

- (a) można rozszerzyć do porządku liniowego;
- (b) można rozszerzyć do porządku dobrze ufundowanego;
- (c) można rozszerzyć do dobrego porządku.

7. Istnieje relacja równoważności w $P(\mathbb{N})$,

- (a) która jest porządkiem częściowym;
- (b) która ma więcej niż continuum klas abstrakcji;
- (c) której dopełnienie też jest relacją równoważności w $P(\mathbb{N})$.

8. Niech $A(x)$ będzie funkcją tworzącą ciąg $\langle a_n \rangle_{n \geq 0}$. Wynika z tego, że

(a) $\frac{A(x)}{1-x}$ jest funkcją tworzącą ciąg $\langle a_0 + a_1 + \dots + a_n \rangle_{n \geq 0}$;

(b) $A^2(x)$ jest funkcją tworzącą ciąg $\langle a_n^2 \rangle_{n \geq 0}$;

(c) $xA(x)$ jest funkcją tworzącą ciąg $\langle a_{n+1} \rangle_{n \geq 0}$.

9. Dla dwóch dodatnich liczb całkowitych a i b , $NWD(a, b)$ jest najmniejszym dodatnim elementem zbioru

(a) $\{ax + by : x, y \in \mathbb{Z}\}$;

(b) $\{a(x + y) + b(x - y) : x, y \in \mathbb{Z}\}$;

(c) $\{a \cdot 2x + b \cdot 3y : x, y \in \mathbb{Z}\}$.

10. Mamy 9 kart ponumerowanych od 1 do 9. Każdy z dwóch graczy A i B wyciąga losowo bez zwracania jedną z kart. Wygrywa gracz, który wyciągnął kartę z większą liczbą. Wynika z tego, że

(a) zdarzenia „ A wygrał” i „ A wyciągnął 5” są niezależne;

(b) prawdopodobieństwo, że A wygrał pod warunkiem, iż wyciągnął 7, jest równe $3/4$;

(c) zdarzenia „ A wygrał” i „ B wygrał” są niezależne.

11. Niech X będzie zmienną losową o wartości oczekiwanej 1 i wariancji 4, a $Y = 2X + 3$. Wynika z tego, że

(a) Y ma wartość oczekiwaną 4;

(b) Y ma odchylenie standardowe 4;

(c) Y ma wariancję 4.

12. Rozważmy drzewa BST, które powstają przez wstawienie kolejno elementów pewnej permutacji liczb od 1 do 7 do początkowo pustego drzewa. Liczba permutacji, które dają drzewo o wysokości (czyli liczbie krawędzi na najdłuższej ścieżce od korzenia do liścia)

(a) 6 wynosi 64;

(b) 5 wynosi 32;

(c) 2 wynosi 80.

13. Algorytm Dijkstry dla problemu najkrótszych ścieżek z jednym źródłem w spójnym grafie o n wierzchołkach i m krawędziach działa w czasie

(a) $O(m \log n)$ w implementacji z kopcem zupełnym;

(b) $O(m + n\sqrt{\log n})$ w implementacji z kopcem dwumianowym;

(c) $O(m + n \log n)$ w implementacji z kopcem Fibonacciego.

14. Język $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

(a) jest regularny;

(b) jest bezkontekstowy;

(c) jest obliczalny w czasie wielomianowym.

15. Niech $L \subseteq \Sigma^*$ będzie językiem nad skończonym alfabetem Σ . Wynika z tego, że jeśli język L
- (a) jest regularny, to jest bezkontekstowy;
- (b) jest bezkontekstowy i nieskończony, to zawiera nieskończony język regularny;
- (c) jest bezkontekstowy i nieskończony, to zawiera słowo postaci $ux^{2020}vy^{2020}w$ dla $u, x, v, y, w \in \Sigma^*$ i niepustego xy .
16. Jeżeli $K, L \subseteq \Sigma^*$ są językami bezkontekstowymi, to bezkontekstowy jest również język
- (a) $K \cup L$;
- (b) $K \cap L$;
- (c) $K \cap a^*b^*$.
17. W strukturze liczb całkowitych w logice Hoare'a dla dowodzenia poprawności częściowej programów zachodzi
- (a) $\{x = y\} y := y + 1 \{x = y + 1\}$
- (b) $\{i \neq j\} \text{ if } i > j \text{ then } d := i - j \text{ else } d := j - i \{d > 0\}$
- (c) $\{x = 1\} \text{ while } y > x \text{ do } y := y - 1 \{y > 0\}$
18. Dla $A = \begin{pmatrix} 7 & -13 & 16 \\ -13 & 10 & -13 \\ 16 & -13 & 7 \end{pmatrix}$ oraz $x_0 = \begin{pmatrix} 2019 \\ 2020 \\ 2021 \end{pmatrix}$ rozważmy ciąg wektorów dany wzorem
- $$y_{n+1} = Ax_n, \quad x_{n+1} = y_{n+1} / \|y_{n+1}\|,$$
- gdzie $\|\cdot\|$ oznacza normę euklidesową wektora. Wynika z tego, że
- (a) $\|x_n\| \rightarrow 1$;
- (b) $\frac{x_n^T Ax_n}{x_n^T x_n} \rightarrow 1$;
- (c) x_n jest zbieżny.
19. Adres planowanej sieci należy do dawnej klasy C. Chcemy podzielić sieć na co najmniej 4 podsieci, tak aby w każdej znalazło się co najmniej 16 urządzeń. Realizację tego wymagania zapewnia maska
- (a) 255.255.255.192
- (b) 255.255.255.224
- (c) 255.255.255.240
20. Za pośrednictwem połączenia TCP host A wysyła plik o rozmiarze 1GB hostowi B. Host B nie przesyła żadnych danych warstwy aplikacji hostowi A. Wynika z tego, że w trakcie trwania połączenia
- (a) host A wysyła więcej niż 2020 potwierdzeń, czyli segmentów z ustawioną flagą ACK, hostowi B;
- (b) host A czeka na potwierdzenie każdego segmentu, zanim prześle następny segment;
- (c) liczba niepotwierdzonych bajtów wysłanych przez host A jest mniejsza lub równa rozmiarowi odbiorczego okna roboczego hosta B.

21. Załóżmy, że masz do wyboru zastosowanie IPsec lub SSL po TCP. IPsec lepiej się sprawdzi do wytworzenia tunelu zapewniającego poufność

- (a) wideokonferencji multimedialnych;
- (b) przesyłania plików;
- (c) rozmów telefonicznych.

22. Przypuśćmy, że tabeli w R o kolumnach A, B, C, D zbiór kolumn $\{A, B\}$ jest kluczem. W tabeli R zachodzi zależność funkcyjna

- (a) $ABC \rightarrow D$;
- (b) $A \rightarrow B$;
- (c) $CD \rightarrow AB$.

23. Przyjmijmy, że tabela R ma tylko kolumny A i B . Wtedy wynik zapytania
`SELECT R1.A, R2.B FROM R AS R1, R AS R2`

- (a) zawiera wszystkie krotki z tabeli R ;
- (b) zawiera wyłącznie krotki z tabeli R ;
- (c) nie zawiera żadnej krotki z tabeli R .

24. Dany jest program w Javie:

```
1 class A {
2     private int i1;
3     protected int i2;
4 }
5
6 class B extends A {
7     private int j1;
8
9     void m(B b){
10         // b.i1 = 0; // #1
11         // b.i2 = 0; // #2
12         // b.j1 = 0; // #3
13     }
14 }
15
16 public class Zad {
17     public static void main(String[] args) {
18         new B().m(new B());
19     }
20 }
```

Po odkomentowaniu wskazanego wiersza program skompiluje się bez komunikatów o błędach:

- (a) wiersz oznaczony #1
- (b) wiersz oznaczony #2
- (c) wiersz oznaczony #3

25. Dany jest program w C++:

```
1   using namespace std;
2
3   class A {
4   public:
5       int i = 0;
6       virtual int m() { return 0; }
7   };
8
9   class B : public A {
10  public:
11      int i = 1;
12      int m() override { return 1; }
13  };
14
15  int main() {
16      A a;
17      B b;
18      A &c = b;
19
20      cout << c.i   ;   // #1
21      cout << a.m();   // #2
22      cout << c.m();   // #3
23  }
```

Po skompilowaniu i uruchomieniu programu wypisanie liczby 0 spowoduje instrukcja

- (a) w wierszu zawierającym #1
- (b) w wierszu zawierającym #2
- (c) w wierszu zawierającym #3

26. W problemie jedzących filozofów N filozofów siedzących przy okrągłym stole zajmuje się wyłącznie myśleniem i jedzeniem. Pomiedzy każdymi dwoma filozofami leży jedna pałeczka. Do jedzenia filozof potrzebuje dwóch pałeczek. Rozważmy następujące rozwiązanie tego problemu korzystające z tablicy $S[N]$ semaforów binarnych o początkowych wartościach równych 1:

```
1 process Filozof (i: 0..N-1) {
2 while (true) {
3     // myślę
4     P(S[i]);           // biorę lewą pałeczkę
5     P(S[(i+1) % N]); // biorę prawą pałeczkę
6     // jem
7     V(S[i]);           // oddaję lewą pałeczkę
8     V(S[(i+1) % N]); // oddaję prawą pałeczkę
9 }
10 }
```

- (a) To rozwiązanie ma własność bezpieczeństwa.
- (b) To rozwiązanie ma własność żywotności.
- (c) Istnieje takie wykonanie przedstawionego programu, w którym każdy z filozofów je nieskończenie wiele razy.

27. Algorytm Lamporta synchronizacji zegarów logicznych

- (a) jest wykonywany podczas uruchamiania systemu operacyjnego w celu zsynchronizowania zegara systemowego z innymi komputerami w sieci;
- (b) polega na korygowaniu wskazań zegara logicznego procesu na podstawie stempli czasowych odbieranych komunikatów;
- (c) może spowodować cofnięcie zegara logicznego procesu.

28. Procesor x86 wykonał rozkazy

```
mov al, 3
mov bl, 130
sub al, bl
```

- (a) W rejestrze `al` jest wartość -127 przy interpretacji w kodzie uzupełnieniowym do dwójki.
- (b) W rejestrze `al` jest wartość 127 przy interpretacji w naturalnym kodzie binarnym.
- (c) Ustawione zostały flagi `CF`, `OF`, `SF` w rejestrze `flags`.

29. Proces jest

- (a) aktywny, jeśli jest aktualnie wykonywany przez procesor;
- (b) wstrzymany, jeśli czeka na zakończenie operacji wejścia-wyjścia lub na zajście jakiegoś zdarzenia;
- (c) gotowy, jeśli zakończył się i czeka na odczytanie statusu zakończenia przez proces rodzicielski, który go uruchomił.

30. Ruting w aplikacjach webowych polega między innymi na

- (a) uruchamianiu odpowiednich funkcji w oparciu o adresy URL;
- (b) kierowaniu pakietów IP przez odpowiednie rutery;
- (c) rozkładaniu zapytań na różne serwery bazodanowe (np. w celu równoważenia obciążenia).