

UNIwersytet Warszawski
Wydział Matematyki, Informatyki
i Mechaniki

Egzamin wstępny na studia II stopnia
na kierunku INFORMATYKA

1 lipca 2010 roku

W każdym spośród 30 zadań podane są trzy warianty: (a), (b) oraz (c). W kratce przy każdym z wariantów należy odpowiedzieć, czy jest on prawdziwy, wpisując drukowanymi literami TAK albo NIE. W przypadku omyłkowego wpisu kratkę należy przekreślić i napisać jedno z tych słów po jej lewej stronie.

Przykład poprawnego rozwiązania zadania

4. Każda liczba całkowita postaci $10^n - 1$, gdzie n jest całkowite i dodatnie,

TAK (a) dzieli się przez 9;

NIE (b) jest pierwsza;

TAK (c) jest nieparzysta.

Na stronach testu można pisać wyłącznie we wskazanych wyżej miejscach i jedynie słowa TAK oraz NIE. Pisać należy długopisem lub piórem.

Powodzenia!

1. Ciąg, którego n -ty wyraz zadany jest wzorem $\frac{2010^n - n^{2010}}{2^{(n^2)} - 2010^n}$,

- (a) jest zbieżny;
- (b) ma granicę równą -1 ;
- (c) ma granicę równą 0 .

2. Funkcje $f : (0; 3) \rightarrow \mathbb{R}$ i $g : [0; 3] \rightarrow \mathbb{R}$ są ciągłe oraz

$$f(1) = g(1) = -7, \quad f(2) = g(2) = 7.$$

Wynika z tego, że

- (a) obydwie funkcje są ograniczone;
- (b) 0 należy do zbiorów wartości obydwu funkcji;
- (c) obydwie funkcje są jednostajnie ciągłe.

3. Funkcja $f : [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$ jest różniczkowalna oraz $f(0) = 1$, $f(1) = 0$. Wynika z tego, że istnieje $x \in [0; 1]$, dla którego $f'(x)$ jest

- (a) mniejsze od 0 ;
- (b) równe -1 ;
- (c) większe bądź równe 1 .

4. W macierzy kwadratowej A o wymiarach $n \times n$ dokładnie n elementów jest jedynekami, a pozostałe elementy są zerami. Wynika z tego, że

- (a) wyznacznik $\det(A) \in \{-1, 0, 1\}$;
- (b) jeśli A jest nieosobliwa, to jest macierzą permutacji;
- (c) jeśli którąkolwiek jedynekę w macierzy A zastąpimy zerem, to wyznacznik powstałej macierzy będzie równy zero.

5. Zbiorem mocy continuum jest

- (a) zbiór liczb naturalnych;
- (b) zbiór potęgowy zbioru liczb naturalnych;
- (c) zbiór liczb niewymiernych.

6. Niech r będzie relacją równoważności na niepustym zbiorze A . Wynika z tego, że

- (a) każda klasa abstrakcji relacji r jest niepusta;
- (b) dowolne dwie różne klasy abstrakcji relacji r są rozłączne;
- (c) suma zbioru klas abstrakcji relacji r jest równa A .

7. Niech f będzie funkcją ze zbioru A w zbiór B . Wynika z tego, że

- (a) obraz zbioru A przy funkcji f to zbiór B ;
- (b) przeciwobraz zbioru B przy funkcji f to zbiór A ;
- (c) jeśli X jest niepustym podzbiorem B , to przeciwobraz zbioru X przy funkcji f jest niepusty.

8. Graf G ma $n > 2$ wierzchołków i n krawędzi. Wynika z tego, że graf G

- (a) jest spójny;
- (b) zawiera cykl;
- (c) jest planarny.

9. Jeśli ponumerujemy permutacje zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ od 1 do 120 w porządku leksygraficznym, to permutacją o numerze 60 będzie

- (a) 3 5 1 2 4;
- (b) 3 4 1 2 5;
- (c) 3 2 5 4 1.

10. Chcemy rozpałcić ognisko, lecz mamy do dyspozycji tylko trzy zapalki. Prawdopodobieństwo rozpalenia ogniska pojedynczą zapalką wynosi 0.4, dwiema złączonymi zapalkami – 0.6, zaś trzema złączonymi zapalkami – 0.8. Żeby zmaksymalizować prawdopodobieństwo rozpalenia ogniska, należy

- (a) użyć od razu trzech zapalek;
- (b) użyć najpierw dwóch zapalek, a potem jednej;
- (c) używać pojedynczych zapalek.

11. W zbiorze AVL-drzew o 10 węzłach

- (a) istnieje drzewo o wysokości (czyli największej liczbie krawędzi od korzenia do liścia) równej 4;
- (b) każde drzewo ma wysokość co najmniej 3;
- (c) maksymalna różnica liczb węzłów podrzew korzenia wynosi 5.

12. Niech $\Sigma = \{a, b\}$ będzie dwuznakowym alfabetem, a s i t słowami nad Σ o długościach odpowiednio m i n , $0 < m \leq n$. W algorytmie KMP wyszukiwania wzorca s w tekście t

- (a) wszystkie wystąpienia słowa s w słowie t zostaną znalezione w czasie $O(n)$;
- (b) preprocessing zajmuje czas $\Omega(n)$;
- (c) każdy symbol ze słowa t jest porównywany z co najwyżej jednym symbolem ze słowa s .

13. Rozważmy równanie rekurencyjne $T(n) = \begin{cases} n & \text{dla } n \leq 1 \\ T(\lceil n/2 \rceil) + T(\lfloor n/2 \rfloor) + n + 1 & \text{dla } n > 1 \end{cases}$.
Wartość $T(n)$

- (a) jest ograniczeniem górnym na liczbę porównań wykonywanych w algorytmie sortowania n różnych elementów przez scalanie;
- (b) jest ograniczeniem górnym na średnią liczbę porównań w algorytmie sortowania szybkiego dla n różnych elementów, gdy element dzielący jest wybierany losowo z rozkładem jednostajnym;
- (c) jest $\Theta(n \log n)$.

14. Jeśli L_1 jest językiem bezkontekstowym, a L_2 jest językiem regularnym, to bezkontekstowy jest język
- (a) $L_1 \cap L_2$;
 - (b) $\{vw : v \in L_1, w \in L_2\}$;
 - (c) $\{v^R : v \in L_1\}$, gdzie v^R oznacza odwrócenie słowa v .
15. Zbiór dziesiętnych zapisów liczb podzielnych przez 7 jest
- (a) językiem regularnym;
 - (b) językiem bezkontekstowym;
 - (c) językiem kontekstowym.
16. Jeśli L jest językiem regularnym nad alfabetem Σ , to regularny jest język
- (a) $\{v \in \Sigma^* : v \text{ jest prefiksem pewnego słowa z } L\}$;
 - (b) $\{v \in \Sigma^* : v \text{ jest podciągami pewnego słowa z } L\}$;
 - (c) $\{v^2 : v \in L\}$.
17. W ośmiobitowym rejestrze procesora zapisana jest wartość $(11110000)_2$, która interpretowana
- (a) w naturalnym kodzie binarnym reprezentuje liczbę 15;
 - (b) w kodzie uzupełnieniowym do dwójki reprezentuje liczbę -16 ;
 - (c) w kodzie moduł-znak reprezentuje liczbę -112 .
18. Cechą architektury CISC jest
- (a) zapisywanie wyników instrukcji arytmetyczno-logicznych tylko w rejestrach;
 - (b) kodowanie wszystkich instrukcji maszynowych za pomocą tej samej liczby bajtów;
 - (c) dopuszczenie adresowania niewyrównanego.
19. A jest macierzą nieosobliwą $N \times N$. Wynika z tego, że
- (a) istnieją macierze L dolnotrójkątna i U górnortrójkątna $N \times N$ takie, że $A = LU$;
 - (b) istnieje macierz permutacji Q oraz macierze L dolnotrójkątna i U górnortrójkątna $N \times N$ takie, że $AQ = LU$;
 - (c) istnieje macierz permutacji P oraz macierze L dolnotrójkątna i U górnortrójkątna $N \times N$ takie, że $PA = LU$.
20. W strukturze relacyjnej, której nośnikiem jest zbiór liczb całkowitych nieujemnych, a wszystkie symbole operacji i relacji mają standardowe znaczenie, formuła logiki Hoare'a $\{x = a\} \text{ while } x \neq 0 \text{ do } x := x + 1 \{x = 0\}$ jest
- (a) prawdziwa wtedy i tylko wtedy, gdy $a = 0$;
 - (b) prawdziwa dla $a = 0$;
 - (c) prawdziwa dla $a = 1$.

21. Rozważmy strukturę relacyjną, której nośnikiem jest zbiór liczb całkowitych, a wszystkie symbole operacji i relacji mają standardowe znaczenie. Dany jest fragment programu wraz z warunkiem wstępnym i końcowym

```
{s = 0 and j = n and n>0}
while j > 0 do begin
    s := s + n;
    j := j - 1;
end;
{s = n*n}
```

Niezmiennikiem pętli umożliwiającym wykazanie jej częściowej poprawności jest formuła

- (a) $s = (n - j) * n$;
- (b) $s = (n - j) * n \wedge j \geq 0$;
- (c) $s = j * n \wedge j \geq 0$.

22. Nagłówek datagramu IP zawiera między innymi

- (a) numer wersji tego protokołu;
- (b) adres IP nadawcy;
- (c) numer portu nadawcy.

23. Dany jest program zapisany w C++:

```
1  #include <iostream>
3
3  class A {
   public:
5     virtual void g() {
        std::cout << "A";
7     }
   };
9
9  class C : public A {
   public:
11    void g() {
        std::cout << "C";
13    }
   };
15
17  int main() {
        A* p = new C();
19    p->g();
   }
```

W podanym programie

- (a) inicjalizacja zmiennej `p` zostanie odrzucona przez kompilator;
- (b) wywołanie metody `p->g()` spowoduje wypisanie `C`;
- (c) wywołanie metody `p->g()` spowoduje wypisanie `AC`.

24. Dany jest program w Javie:

```
1 class A{
  void m1() {System.out.println("1");}
3 static void m2() {System.out.println("2");}
  void m3() {m1();}
5 void m4() {m2();}
}
7
9 class B extends A{
  @Override
  void m1() {System.out.println("3");}
11 static void m2() {System.out.println("4");}
}
13
15 public class Main {
  public static void main(String [] args) {
    A a = new B();
17    a.m1();
    a.m3();
19    a.m4();
    }
21 }
```

W powyższym programie

- (a) wywołanie `a.m1()` spowoduje wypisanie 1;
- (b) wywołanie `a.m3()` spowoduje wypisanie 1;
- (c) wywołanie `a.m4()` spowoduje wypisanie 2.

25. Każda relacja

- (a) w postaci 3NF jest także w BCNF;
- (b) w postaci BCNF jest także w 3NF;
- (c) dwuargumentowa jest w postaci BCNF.

26. Dana jest tabela $R(A, B, C, D, E)$ z jedynymi zależnościami funkcyjnymi

$$A \rightarrow B, \quad AB \rightarrow CD, \quad D \rightarrow ABCE$$

Wynika z tego, że kluczem R jest

- (a) A ;
- (b) AB ;
- (c) CD .

27. Dana jest tabela R(a,b,c,d) oraz szkielet zapytania

```
SELECT [...]  
FROM R  
GROUP BY a,b;
```

Poprawne wyrażenie SQL otrzymamy, wstawiając w miejsce [...]

- (a) MIN(c+d)
 (b) a,b
 (c) b,c

28. Zmienna x jest zmienną globalną o wartości początkowej 0. W systemie wykonują się dwa procesy o następującej treści:

```
process P;  
var i: integer;  
begin  
  for i := 1 to 5 do x := x + 1;  
end;
```

Po zakończeniu wykonania obu procesów wartość zmiennej x jest

- (a) równa 10;
 (b) niemniejsza niż 5;
 (c) mniejsza niż 10.

29. Bufory translacji adresów (TLB)

- (a) przechowują dane z tych komórek pamięci, do których procesor odwoływał się niedawno;
 (b) redukują liczbę odwołań do tablic stron;
 (c) mogą być realizowane w postaci szybkiej pamięci asocjacyjnej.

30. W pewnym systemie komputerowym, w którym zastosowano stronicowanie, odwołania do pamięci generowane przez procesy są 16 bitowe. Rozmiar strony wynosi 1 kilobajt (1024 bajty), a jeden wpis w tablicy stron zajmuje 2 bajty. Wynika z tego, że

- (a) tablica stron mieści się na jednej stronie;
 (b) proces może zaadresować przestrzeń wielkości 512 kilobajtów;
 (c) tablica stron musi być co najmniej dwupoziomowa.