Klub 44

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 V 2010

Czołówka ligi zadaniowej **Klub 44F** po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 482 ($WT = 3{,}04$) i 483 ($WT = 2{,}38$) z numeru 9/2009

Krzysztof Magiera	Łosiów	36,89
Michał Koźlik	Gliwice	28,86
Jerzy Witkowski	Radlin	18,88

Zadania z fizyki nr 494, 495

Redaguje Jerzy B. BROJAN

494. Elektrony w metalu można – jak wiadomo – uważać za cząstki swobodne. Załóżmy, że w kawałku metalu poruszającym się z przyspieszeniem elektrony osiągają to samo przyspieszenie wskutek działania pola elektrycznego wytworzonego przez odpowiednie ładunki powierzchniowe. Obliczyć moc promieniowania kwadratowej płytki metalowej o boku $l = 5$ cm i grubości $d = 0{,}5$ cm, drgającej z amplitudą $A = 1$ cm i częstotliwością $f = 1$ kHz wzdłuż osi prostopadłej do płytki.

Wskazówka: Zgodnie z prawami elektrodynamiki w tzw. przybliżeniu dipolowym moc promieniowania dipola elektrycznego o momencie p jest równa

$$P = \frac{1}{6\pi\varepsilon_0 c^3}\left(\frac{\mathrm{d}^2 p}{\mathrm{d}t^2}\right)^2.$$

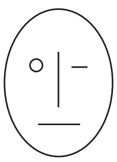
Momentem dipolowym układu dwóch ładunków $+q$ i $-q$ odległych o d nazywamy iloczyn qd.

495. Dwie półproste tworzą kąt 2α, którego dwusieczna jest pionowa. Wzdłuż tych półprostych mogą ślizgać się bez tarcia końce jednorodnego pręta o długości l. W którym przypadku poziome położenie pręta jest położeniem równowagi trwałej – gdy wierzchołek kąta jest na górze, czy gdy jest na dole? Dla przypadku równowagi trwałej podać wzór na częstotliwość małych drgań pręta wokół tego położenia.

Rozwiązania zadań z numeru 11/2009

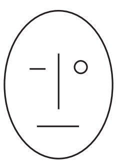
Przypominamy treść zadań:

486. Gdy spojrzeć w lustro, zamknąć prawe oko i naszkicować, jak widzimy swoją twarz, powstanie obraz schematycznie przedstawiony na rysunku 1.

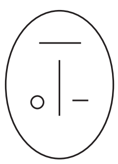


Rys. 1

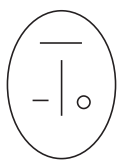
1. Zestawić dwa prostokątne lusterka pod kątem prostym, zamknąć prawe oko i naszkicować obraz twarzy powstający przy dwukrotnym odbiciu światła w lusterkach. Obracać przed sobą zestaw wokół osi pokrywającej się z kierunkiem widzenia i notować zmiany obrazu.
2. Zestawić trzy prostokątne lusterka tak, żeby tworzyły narożnik sześcianu, zamknąć prawe oko i naszkicować obraz twarzy powstający przy trzykrotnym odbiciu światła. Obracać przed sobą zestaw i notować zmiany obrazu.



Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4

487. Na końcach nieważkiego pręta o długości $l = 1$ m znajdują się dwie jednakowe masy punktowe m. Pręt jest podtrzymywany w środku, wokół którego może się swobodnie obracać, i znajduje się w polu grawitacyjnym Ziemi, które uznajemy za takie, jakby cała masa Ziemi była skupiona w jej środku. Obliczyć okres małych drgań pręta wokół pionowego położenia równowagi.

Jaka będzie odpowiedź, jeśli pręt jest jednorodny, a pozostałe dane – niezmienione?

486. Obraz widziany w dwóch lusterkach, których krawędź zetknięcia jest pionowa (równoległa do osi twarzy), podano na rysunku 2. Przy obrocie lusterek obraz obraca się dwukrotnie szybciej, np. przy poziomej krawędzi zetknięcia otrzymujemy rysunek 3. Obraz widziany w trzech lusterkach jest podany na rysunku 4 i nie zmienia się przy obrocie zestawu.

487. Wprowadźmy kąt przechyłu pręta jako δ, a połowę długości pręta oznaczmy dla wygody jako l'. W pierwszym rzędzie względem δ oraz względem stosunku l'/R odległości końców pręta od środka Ziemi wynoszą $R - l'$ oraz $R + l'$ (gdzie R jest promieniem Ziemi), a siły działające na końce są równe

$$F_1 = \frac{\mathrm{G}Mm}{(R-l')^2} \approx m\mathrm{g}\left(1 + \frac{2l'}{R}\right),$$

$$F_2 = \frac{\mathrm{G}Mm}{(R+l')^2} \approx m\mathrm{g}\left(1 - \frac{2l'}{R}\right),$$

gdzie M – masa Ziemi, g – przyspieszenie ziemskie. W tym samym przybliżeniu nietrudno również wyznaczyć kąty między kierunkami tych sił a osią pręta. Są one równe $\delta(1 + l'/R)$ i $\delta(1 - l'/R)$, a stąd momenty sił F_1 i F_2 wynoszą

$$M_1 \approx m\mathrm{g}l'\delta\left(1 + \frac{3l'}{R}\right), \qquad M_2 \approx m\mathrm{g}l'\delta\left(1 - \frac{3l'}{R}\right).$$

Wypadkowy moment siły jest równy

$$M_{\mathrm{w}} \approx \frac{6m\mathrm{g}l'^2}{R}\delta$$

i widać, że jego zwrot sprzyja powrotowi do położenia pionowego, zatem wystąpią drgania. Kwadrat częstości drgań ω jest równy ilorazowi współczynnika stojącego przed δ w powyższym wzorze przez moment bezwładności $I = 2ml'^2$:

$$\omega^2 = \frac{3\mathrm{g}}{R}.$$

Zauważmy, że otrzymany wynik nie zależy ani od masy pręta, ani od jego długości, a zatem obowiązuje on dla „wiązki” składającej się z dowolnej liczby takich prętów – czyli dla pręta o dowolnym symetrycznym rozkładzie masy (w szczególności jednorodnego). Wartością liczbową okresu jest

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{3\mathrm{g}}} = 2920 \text{ s} = 48 \text{ min } 40 \text{ s}.$$