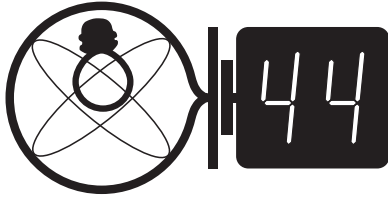


Klub 44

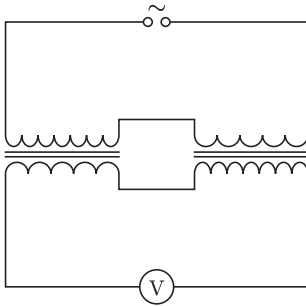


Czołówka ligi zadaniowej

Klub 44 F

po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań
446 ($WT = 1,20$) i 447 ($WT = 3,40$)
z numeru 11/2007

Konrad Kapcia	– Częstochowa	41,36
Jerzy Witkowski	– Radlin	34,65
Radosław Poleski	– Kołobrzeg	20,97
Krzysztof Magiera	– Łosioń	12,46



Rys. 1

Czołówka ligi zadaniowej

Klub 44 M

po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań
549 ($WT = 2,92$) i 550 ($WT = 1,42$)
z numeru 11/2007

Marian		
Łupieżowicz	– Zebrzydowice	44,12
Krzysztof Dorobisz	– Kraków	44,06
Paweł Kubit	– Kraków	42,02
Grzegorz		
Karpowicz	– Wrocław	41,20
Jerzy Cisło	– Wrocław	39,15
Tomasz Tkocz	– Rybnik	37,77
Jerzy Witkowski	– Radlin	35,70

Marian Łupieżowicz, od dawna uczestniczący w Lidze – choć z długimi przerwami – oto wchodzi do Klubu 44. Witamy!

Zaś Krzysztof Dorobisz – już po raz drugi.

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delta*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie <http://www.mimuw.edu.pl/delta/regulamin.html>.

Redaguje Jerzy B. BROJAN

Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 3/2008

Przypominamy treść zadań:

454. Zaproponowano następujący sposób wystrzeliwania statków kosmicznych: należy wydrążyć szyb na wylot przez Ziemię, upuścić do niego raketę i włączyć silnik rakiety w chwili jej przelotu przez środek Ziemi. O jaką część zmniejszyłoby się zużycie paliwa przy wystrzeleniu tą metodą statku z II prędkością kosmiczną? Przyjąć założenia upraszczające: a) brak oporu powietrza, b) stała gęstość Ziemi, c) krótki czas działania silnika, d) bardzo wielka prędkość wylotu gazów z dyszy silnika (równoważne założenie: zużycie paliwa nie wpływa na zmianę masy statku).

455. Połączono szeregowo uzwojenie pierwotne transformatora z uzwojeniem wtórnym drugiego identycznego transformatora i zestaw podłączono do napięcia przemiennego o wartości skutecznej $U_1 = 100$ V. Drugie uzwojenia również połączono szeregowo (rys. 1) i zmierzono łączne napięcie, które okazało się równe $U_2 = 50$ V. Ile wynosi przekładnia transformatorów?

454. Na wstępie zauważmy, że energia niezbędna do oddalenia się statku do nieskończoności nie zależy od tego, czy zostanie przekazana w chwili startu, czy w chwili przelotu przez środek Ziemi. Zużycie paliwa jest jednak bezpośrednio związane nie z pracą i zmianą energii, ale z popędem siły odrzutu, proporcjonalnym (zgodnie z założeniem d) do zmiany prędkości. Przy ustalonym czasie działania silnika popęd siły $\int F dt$ jest też ustalony, ale wykonana praca $W = \int F v dt$ jest tym większa, im większa jest prędkość rakiety – na tym polega sens opisaney metody.

Wobec podanego założenia b) siła ciężkości okazuje się być proporcjonalna do odległości od środka Ziemi, a prędkość osiągnięta przez raketę w środku Ziemi jest równa I prędkości kosmicznej v_I (faktów tych nie dowodzimy, gdyż są przedstawione w wielu podręcznikach). Różnicę energii potencjalnych między środkiem Ziemi a powierzchnią można obliczyć przyjmując średnią siłę ciężkości równą połowie jej wartości na powierzchni, tzn. $\Delta E_{pot} = mgR/2$. Różnica energii między środkiem Ziemi a punktem nieskończenie odległym wynosi więc (przy oznaczeniach g – przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni Ziemi, R – jej promień, G – stała grawitacji, M – masa Ziemi)

$$\Delta E_{pot} = \frac{1}{2}mgR + \frac{GMm}{R} = \frac{3}{2}mgR.$$

Taką energię kinetyczną musi osiągnąć rakieta w środku Ziemi, zatem jej prędkość musi wynieść $v_{sr} = \sqrt{3gR}$. Przyrost prędkości uzyskany dzięki pracy silników będzie równy $\Delta v = v_{sr} - v_I = (\sqrt{3} - 1)\sqrt{gR}$, co należy porównać z II prędkością kosmiczną $v_{II} = \sqrt{2gR}$. Zużycie paliwa będzie mniejsze w stosunku

$$\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} = 0,518,$$

czyli prawie dwukrotnie! Niestety, pomysł ten (pochodzący od Arego Szternfelda, zmarłego w 1980 roku pioniera kosmonautyki) nie ma szans na praktyczną realizację.

455. W uzwojeniach podłączonych szeregowo do źródła napięcia natężenia prądu są jednakowe, zatem oddzielne napięcia (oznaczymy je jako U i U') są proporcjonalne do impedancji uzwojeń, czyli do kwadratu liczby zwojów:

$$\frac{U'}{U} = \frac{L'}{L} = \frac{n'^2}{n^2} = k^2,$$

gdzie k jest szukaną przekładnią. Ponadto mamy równania

$$U_1 = U + U', \quad U_2 = kU + U'/k.$$

Po wyeliminowaniu U i U' znajdujemy

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{1 + k^2}{2k},$$

czyli

$$k = \frac{U_1}{U_2} \pm \sqrt{\left(\frac{U_1}{U_2}\right)^2 - 1}.$$

Wynikami liczbowymi są $k = 3,73$ i $k = 0,268$, przy czym druga z tych liczb jest odwrotnością pierwszej.