Algorytmiczna teoria współbieżności
zadania – seria 2

termin: 27.04.2014

1. Które z poniższych par procesów są równoważne bisymulacyjnie, dla dowolnych procesów P, Q, R? Jeśli równoważność nie zachodzi, należy podać konkretny przykład dla P, Q, R. (Symbol ε oznacza akcję nieobserwowalną, symbol $\sim$ oznacza równoważność bisymulacyjną.)

$$\begin{aligned} (P+Q)+R &\sim P+(Q+R) \text{ ?} \\ a.(P+Q) &\sim a.P+a.Q \text{ ?} \\ a.\varepsilon.P &\sim a.P \text{ ?} \\ P+\varepsilon.Q &\sim P+Q \text{ ?} \\ P+\varepsilon.\varepsilon.P &\sim P \text{ ?} \end{aligned}$$

2. Rozważmy grę bisymulacyjną bez ε-przejść. Zdefiniujmy relację $\sim_n$ następująco: $s \sim_n s'$ jeśli Duplikator ma strategię, która pozwala mu „przetrwać” n rund gry bisymulacyjnej rozpoczynającej się z pary (s, s'). Pokaż, że

$$s \sim s' \iff \forall n \in \mathbb{N}.\ s \sim_n s' \tag{1}$$

jeśli założymy własność skończonego obrazu: dla każdego s i a, zbiór a-następników $\{s' : s \xrightarrow{a} s'\}$ jest skończony. Innymi słowy, własność (1) można wyrazić jako równość:

$$\sim \,=\, \bigcap_{n\in\mathbb{N}} \sim_n .$$

3. (zadanie z *, nieobowiązkowe) Zdefiniujmy logikę modalną o następującej składni (uwaga: nie ma negacji)

$$\phi \ ::= \ \text{true} \mid \phi \wedge \phi \mid \langle a\rangle\phi$$

Semantyka logiki jest następująca:

$$\begin{aligned} s &\models \text{true} && \text{zawsze} \\ s &\models \phi_1 \wedge \phi_2 && \text{jeśli } s \vdash \phi_1 \text{ oraz } s \models \phi_2 \\ s &\models \langle a\rangle\phi && \text{jeśli dla pewnego } s' \text{ zachodzi } s \xrightarrow{a} s' \text{ oraz } s' \models \phi \end{aligned}$$

Zakładamy wlasność skończonego obrazu oraz skończoność zbioru akcji a. Pokaż, że s i s' są symulacyjnie równoważne wtedy i tylko wtedy, gdy s i s' spełniają te same formuły ϕ:

$$\forall \phi.\ (s \vdash \phi \iff s' \vdash \phi).$$