Algorytmiczna teoria współbieżności – egzamin

termin: 6 czerwca 2014, godz. 10:30-12:30

1. Podaj redukcję z pierwszego problemu do drugiego:
   - dla dwóch sieci Petriego bez komunikacji o tym samym zbiorze miejsc pytamy, czy ich zbiory konfiguracji osiągalnych są równe?
   - dla dwóch języków bezkontekstowych nad tym samym alfabetem pytamy, czy ich obrazy Parikha są równe?

2. Rozważ algebrę CCS bez komunikacji i zakazu, czyli procesy zdefiniowane za pomocą skończenie wielu równań rekurencyjnych następującej postaci, jedno równanie dla każdej zmiennej procesowej X:

   $$X \stackrel{\text{def}}{=} \alpha,$$

   gdzie α zbudowane jest za pomocą prefiksu $a.\_$ (gdzie a jest akcją obserwowalną), stałej 0, zmiennych procesowych (włącznie z X), wyboru $(\_ + \_)$ i złożenia równoległego $(\_||\_)$. Pokaż, że każdy taki proces jest równoważny pewnej sieci Petriego bez komunikacji. Wybierz możliwie najlepsze pojęcie równoważności.

3. Czy problem równości zbiorów konfiguracji osiągalnych jest rozstrzygalny dla sieci ograniczonych?

4. Niech S będzie dowolnym zbiorem skończonym. *Kongruencją* w zbiorze $\mathbb{N}^S$ nazywamy relację równoważności $R \subseteq \mathbb{N}^S \times \mathbb{N}^S$, która jest zachowywana przez dodawanie (po współrzędnych): dla dowolnych $\alpha, \alpha', \beta, \beta' \in \mathbb{N}^S$,

   $$(\alpha, \alpha') \in R,\ (\beta, \beta') \in R \implies (\alpha + \beta, \alpha' + \beta') \in R.$$

   Czy równoważność bisymulacyjna jest kongruencją dla:
   - ogólnych sieci Petriego?
   - sieci Petriego bez komunikacji?

5. Pokaż, że problem równoważności bisymulacyjnej dwóch konfiguracji w danej sieci Petriego bez komunikacji jest rozstrzygalny.

   Wskazówka: skonstruuj dwie procedury częściowe: jedna z nich poszukuje świadka dla równoważności, druga poszukuje świadka dla nierównoważności. W procedurze pozytywnej skorzystaj z twierdzenia, że każda kongruencja w $\mathbb{N}^S$ jest semi-liniowa, oraz z odpowiedniości pomiędzy zbiorami semi-liniowymi a arytmetyką Presburgera.