Kolkwium z JAO, 9 stycznia 2009

1. Niech $\#_s(w)$ oznacza liczbę wystąpień litery s w słowie w oraz niech L będzie (dziwnym) zbiorem niemalejących ciągów w złożonych z liczb $1, 2, 3, 4, 5$ spełniających warunki:

   $$\#_5(w) = 1 \text{ oraz } \forall\, i \leq 4 \;\big(\, (\#_i(w) \leq i) \;\wedge\; ((\#_i(w) < i) \Rightarrow (\#_{i+1}(w) > 0))\,\big)$$

   Narysować diagram minimalnego automatu deterministycznego akceptującego L (pomijając na rysunku stan "śmietnik"). Udowodnić minimalność. Ile słów należy do L ?

2. Niech PAL oznacza zbiór palindromów nad alfabetem $\{a, b\}$. Napisać gramatykę bezkontekstową generującą język:

   $$L_1 = \{\; w \in PAL \;:\; \#_a(w) - \#_b(w) \equiv 2 \; modulo \; 3 \;\}$$

3. Czy następujący język jest bezkontekstowy, odpowiedź uzasadnić.

   $$L_2 \;=\; \{\; w \in PAL \;:\; \#_a(w) - \#_b(w) = 0 \;\}$$

4. Podać algorytm (działający w dowolnie długim ale skończonym czasie) rozstrzygający, czy dany język regularny (zadany wyrażeniem regularnym) ma następującą własność:

   $$\forall\; (x \in L)\; \exists\; (y \in L)\; (\; (x \neq y) \;\wedge (x \;\text{ jest podslowem }\; y)\;)$$