Kartkówka 2

gr.1, 9 kwietnia 2024

1. Proces $(X_t)_{t\geqslant 0}$ jest modyfikacją procesu gaussowskiego $(Y_t)_{t\geqslant 0}$ o trajektoriach hölderowsko ciągłych z wykładnikiem 1/2. Czy wynika stąd, że
   i) proces (X_t) jest gaussowski,
   ii) proces (X_t) ma tę samą funkcję kowariancji co proces (Y_t),
   iii) $X_t - Y_t \to 0$ p.n. przy $t \to \infty$,
   iv) $X_t - Y_t \to 0$ wg prawdopodobieńtswa przy $t \to \infty$,
   v) X_t ma trajektorie hölderowsko ciągłe z wykładnikiem 1/2?
   Czy odpowiedzi się zmienią, jeśli dodatkowo założymy, że X_t ma trajektorie ciągłe? Odpowiedzi uzasadnij.

2. Proces $(X_t)_{t\in[0,3]}$ jest gaussowski, scentrowany oraz ma przyrosty niezależne, ponadto $\mathrm{Var}(X_t) = 2t^2 + 5$. Znajdź rozkład $X_t - X_s$ dla $t > s$ i wykaż, że proces X ma modyfikację ciągłą.

Kartkówka 2

gr.2, 9 kwietnia 2024

1. Proces $(X_t)_{t\in[1,5]}$ jest gaussowski, scentrowany oraz ma przyrosty niezależne, ponadto $\mathrm{Var}(X_t) = 3t^2 - 1$. Znajdź rozkład $X_t - X_s$ dla $t > s$ i wykaż, że proces X ma modyfikację ciągłą.

2. Proces $(X_t)_{t\geqslant 0}$ jest modyfikacją procesu gaussowskiego $(Y_t)_{t\geqslant 0}$ o trajektoriach hölderowsko ciągłych z wykładnikiem 3/4. Czy wynika stąd, że
   i) $X_t - Y_t \to 0$ wg prawdopodobieństwa przy $t \to \infty$,
   ii) $X_t - Y_t \to 0$ p.n. przy $t \to \infty$,
   iii) proces (X_t) jest gaussowski,
   iv) proces (X_t) ma tę samą funkcję kowariancji co proces (Y_t),
   v) X_t ma trajektorie hölderowsko ciągłe z wykładnikiem 3/4?
   Czy odpowiedzi się zmienią, jeśli dodatkowo założymy, że X_t ma trajektorie ciągłe? Odpowiedzi uzasadnij.