Homework, the 3rd series

Deadline: 27 May, 23:59.

1. Show that the problem whether two permutations have the same order can be solved by a deterministic Turing machine in logarithmic space.

   More precisely, we assume that a permutation σ of a set $\{1, 2, \ldots, n\}$ is given as a concatenation of n words (each of length $\lfloor \log n \rfloor + 1$), representing $\sigma(1), \ldots, \sigma(n)$. Our language consists of words $\alpha\beta$, where α and β represent two permutations with the same order of a set $\{1, 2, \ldots, n\}$, for some n.

   Reminder. The order of a permutation σ is the least integer $k > 0$, such that the result of k iterations, σ^k, is the identity permutation. It is known that it is equal to the least common multiple of the lengths of the cycles of the permutation.

2. A *shuffle* of two words w and v is any word of length $|w| + |v|$, which can be partitioned into two disjoint subsequences w and v. For example, the shuffles of words *ab* and *acb* are *abacb*, *aabcb*, *acabb*, *acbab*, *aacbb*. A *shuffle product* of two languages L and M is the set of all possible shuffles of words $w \in L$, $v \in M$. Show that the class P is closed under shuffle product if and only if $P = NP$.

Zadania domowe, 3. seria

Termin składania rozwiązań: 27 maja, godz. 23:59.

1. Wykaż, że problem, czy dwie permutacje mają ten sam rząd może być rozstrzygnięty przez deterministyczną maszynę Turinga w pamięci logarytmicznej.

   Zakładamy, że permutacja σ zbioru $\{1, 2, \ldots, n\}$ dana jest jako konkatenacja n słów (każde długości $\lfloor \log n \rfloor + 1$), reprezentujących liczby $\sigma(1), \ldots, \sigma(n)$. Nasz język składa się ze słów $\alpha\beta$, gdzie α i β reprezentują dwie permutacje zbioru $\{1, 2, \ldots, n\}$, dla pewnego n, które mają ten sam rząd.

   Przypomnienie. Rząd permutacji σ to najmniejsza liczba naturalna $k > 0$, taka, że wynik k iteracji, σ^k, jest permutacją identycznościową. Wiadomo, że jest on równy najmniejszej wspólnej wielokrotności długości cykli permutacji.

2. *Przeplotem* słów w i v nazwiemy dowolne słowo długości $|w| + |v|$, które można rozbić na rozłączne podciągi w i v. Na przykład, przeplotami słów *ab* i *acb* są słowa *abacb*, *aabcb*, *acabb*, *acbab*, *aacbb*. *Produktem przeplotowym* języków L i M jest zbiór wszystkich możliwych przeplotów słów $w \in L$, $v \in M$.

   Dowieść, że klasa P jest zamknięta na produkty przeplotowe wtedy i tylko wtedy, gdy $P = NP$.