

## Homework, the 2nd series

**Deadline: 29 April, 23:59.**

1. Assuming that a function  $f(n) \geq n$  is space constructible show

$$ATIME(f(n)) \subseteq DSPACE(f(n)).$$

2. Let  $M$  consist of the words  $w$  in  $\{0, 1\}^*$ , such that the number of 1's in  $w$  is exactly  $\lceil \log_2 n \rceil$ , where  $n = |w|$ .

- (a) Design a sequence of circuits  $(C_n)_{n \in \mathbb{N}}$  recognizing  $M$ .  $C_n$  should have polynomial size and depth  $\mathcal{O}(\log n)$ . (If you are not able to achieve this depth try to be as close as you can.)
- (b) Classify  $M$  in the classes  $L, P, PSPACE$ .

*Note.* We allow arbitrary fan-in for the Or and And gates.

## Zadania domowe, 2. seria

**Termin składania rozwiązań: 29 kwietnia, godz. 23:59.**

1. Zakładając, że funkcja  $f(n) \geq n$  jest pamięciowo konstruowalna, wykaż

$$ATIME(f(n)) \subseteq DSPACE(f(n)).$$

2. Niech  $M$  będzie zbiorem słów  $w \in \{0, 1\}^*$ , takich że liczba jedynek w słowie  $w$  jest dokładnie  $\lceil \log_2 n \rceil$ , gdzie  $n = |w|$ .

- (a) Zaprojektuj ciąg obwodów  $(C_n)_{n \in \mathbb{N}}$  rozpoznający  $M$ . Obwód  $C_n$  powinien mieć rozmiar wielomianowy i głębokość  $\mathcal{O}(\log n)$ . (Jeśli nie potrafią Państwo osiągnąć tej głębokości, proszę starać się do niej zbliżyć.)
- (b) Określ przynależność zbioru  $M$  do klas  $L, P, PSPACE$ .

*Uwaga.* Dopuszczamy dowolny stopień wejścia bramek And i Or.