

## Homework, the 1st series

**Deadline: 18 March, 23:59.**

1. Given integers  $a, b, c$ , construct a single-tape Turing machine recognizing the language

$$\{w \in \{0, 1\}^* : a \cdot \#_0 w + b \cdot \#_1 w + c = 0\},$$

in time  $\mathcal{O}(n \cdot \log n)$ . (Here  $\#_x w$  denotes the number of occurrences of the symbol  $x$  in  $w$ .)

2. Let  $M$  be an off-line Turing machine over the input alphabet  $\{0, 1\}^*$ . Construct a Turing machine  $M'$ , such that

- $L(M) = L(M')$ ,
- $M'$  never loops in a bounded space (that is,  $M'(w) \uparrow$  may happen only if  $M'$  visits infinitely many cells in the computation on  $w$ ),
- for each input word  $w$ , the number of cells visited by  $M'$  in the computation on  $w$  is the same as the analogical number for  $M$ .

Note that  $M'$  may use larger working alphabet than  $M$ . For simplicity, you may assume that  $M$  uses only one working tape in addition to the input tape.

## Zadania domowe, 1. seria

**Termin składania rozwiązań: 18 marca, godz. 23:59.**

1. Dla danych liczb całkowitych  $a, b, c$ , skonstruuj jedno-taśmową maszynę Turinga rozpoznającą język

$$\{w \in \{0, 1\}^* : a \cdot \#_0 w + b \cdot \#_1 w + c = 0\},$$

w czasie  $\mathcal{O}(n \cdot \log n)$ . (Wyrażenie  $\#_x w$  oznacza liczbę wystąpień litery  $x$  w słowie  $w$ .)

2. Niech  $M$  będzie maszyną Turinga *off-line* nad alfabetem  $\{0, 1\}^*$ . Skonstruuj maszynę Turinga  $M'$  o następujących własnościach:

- $L(M) = L(M')$ ,
- $M'$  nigdy nie zapętla się w ograniczonej pamięci (tzn.  $M'(w) \uparrow$  może zajść jedynie wtedy, gdy w obliczeniu na  $w$  maszyna  $M'$  odwiedza nieskończenie wiele komórek),
- dla każdego słowa wejściowego  $w$ , liczba komórek taśmy roboczej, jakie maszyna  $M'$  odwiedza w obliczeniu na  $w$ , jest taka sama, jak analogiczna liczba dla maszyny  $M$ .

Uwaga: konstruowana maszyna  $M'$  może używać większego alfabetu roboczego niż  $M$ . Dla prostoty wolno założyć, że  $M$  używa tylko jednej taśmy roboczej oprócz taśmy wejściowej.