

Egzamin ze złożoności obliczeniowej – zadania. 6.6.2011

1. Powiemy, że dwie funkcje są zaprzyjaźnione, jeśli dla pewnego argumentu przyjmują tę samą wartość. Dwa obwody logiczne (o tej samej liczbie bramek wejściowych) są zaprzyjaźnione, jeśli obliczane przez nie funkcje są zaprzyjaźnione. Wykaż, że problem, czy dwa obwody logiczne są zaprzyjaźnione, jest *NP*-zupełny.
2. Skonstruuj deterministyczną maszynę Turinga pracującą w pamięci logarytmicznej, która przyjmując na wejściu deterministyczny automat skończony nad jednoliterowym alfabetem, produkuje na wyjściu wyrażenie regularne generujące język rozpoznawany przez ów automat.

Przypominamy, że wyjście jest wypisywane na specjalnej taśmie wyjścia (*output tape*), podczas gdy ograniczenie pamięci (w tym przypadku $\log n$) dotyczy tylko taśm roboczych maszyny.

Wolno założyć dowolne kodowanie automatu o rozmiarze wielomianowym względem liczby stanów.

3. Niech f i g będą funkcjami $\Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ obliczalnymi w pamięci wielomianowej i logarytmicznej, odpowiednio. Wykaż, że funkcje $f \circ g$ i $g \circ f$ mogą być obliczone w pamięci wielomianowej.

Czy moglibyśmy to również stwierdzić wiedząc jedynie, że obie funkcje są obliczalne w pamięci wielomianowej ?

4. *Zadanie teoretyczne.* Wykaż, że jeśli $P = NP$, to problem faktoryzacji może być rozwiązany w czasie wielomianowym.

Funkcyjny problem *faktoryzacji* polega na tym, by dla liczby naturalnej danej w postaci binarnej znaleźć jej rozkład na czynniki pierwsze.