

# I. zestaw zadań z RRZ.

Maciej Borodzik mcboro@mimuw.edu.pl

Termin oddania: 11 marca godzina 14. Sala 2200.

## 1. Wprawki

Zadania sprawdzające zrozumienie treści ćwiczeń.

**W1.** Rozwiąż równania:

$$\begin{cases} y' = \frac{x}{\sin y} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$
$$(x^2 - 1)y' + 2xy' = 0$$
$$y' = \sqrt{4x + 2y - 1}$$

**W2.** Narysuj portret fazowy układu:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2y \\ \dot{y} = \frac{1}{2}x - y \end{cases}$$

## 2. Prawdziwe zadania.

**Z1.** Narysuj portret fazowy układu:

$$\begin{cases} \dot{x} = y + x \sin(x^2 + y^2) \\ \dot{y} = -x + y \sin(x^2 + y^2) \end{cases}$$

**Z2.** Niech  $h(y)$  będzie ciągła i dodatnia na pewnym przedziale  $[a, b]$ , zaś  $g(x)$  ciągła. Wykaż, że rozwiązanie równania:

$$\begin{cases} y' = h(y)g(x) \\ y(x_0) \in (a, b) \end{cases}$$

istnieje lokalnie i jest jednoznaczne.

**Z3.** Spośród poniższych równań wskaż te, które mają jednoznaczne rozwiązania w obszarze określoności lewej strony. Narysuj ich portrety fazowe.

$$y' = \sqrt[3]{y^2}$$

$$y' = y\sqrt{y+1}$$

$$y' = (y-1)\sqrt{y^3}$$

**Z4.** Skonstruuj trzy pierwsze przybliżenia rozwiązania równań:

$$y' = x - y^2 \quad y(0) = 0$$

$$y' = y + e^{y-1} \quad y(0) = 1$$