

Zestaw zadań z Równań Różniczkowych. 3/3.

Ten zestaw jest fikcyjny, to znaczy nie służy do tego, aby oddawać go na kartce, ale żeby samemu zrobić i w ten sposób przygotować się do kolokwium.

Wszystkie zadania są wzięte z *Filippowa*

**Zadanie 1.** Rozwiązać równania

- (a)  $y'' - 2y' + 3y = e^{4x}$ ;
- (b)  $y'' - y = 2e^x - x^2$ ;
- (c)  $y'' - 3y' + 2y = \sin x$ ;
- (d)  $y'' - 5y' + 4y = 4x^2 e^{2x}$ ;
- (e)  $y'' + y = x \sin x$ .

**Zadanie 2.** Nie rozwiązywać równań:

- (a)  $y'' - 8y' + 20y = 5xe^{4x} \sin 2x$ ;
- (b)  $y'' - 2y' + 5y = 2xe^x + e^x \sin 2x$ ;
- (c)  $y'' - 2y' + y = 2xe^x + e^x \sin 2x$ ;
- (d)  $y'' + 2y' + y = e^{-x}(1 + x \cos x)$ ;
- (e)  $y''' - y'' - y' + y = 3e^x + 5x \sin x$ .

Zamiast tego wypisać rozwiązanie ogólne równania jednorodnego oraz możliwie najprostszą postać rozwiązania szczególnego.

**Zadanie 3.** Rozwiązać równanie niejednorodne metodą uziemiań stałej

- (a)  $y'' + 4y = 2 \operatorname{tg} x$ ;
- (b)  $y'' + 2y' + y = 3e^{-x} \sqrt{x+1}$ .

**Zadanie 4.** Rozwiązać równanie

- (a) 
$$\begin{cases} \dot{x} = y + \operatorname{tg}^2 t - 1 \\ \dot{y} = -x + \operatorname{tg} t. \end{cases}$$
- (b) 
$$\begin{cases} \dot{x} = 2y - x \\ \dot{y} = 4y - 3x + \frac{e^{3t}}{e^{2t}+1} \end{cases}$$
- (c) 
$$\begin{cases} \dot{x} = -4x - y + \frac{2}{e^t-1} \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{3}{e^t-1} \end{cases}$$
- (d) 
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y + \frac{1}{\cos t} \\ \dot{y} = 2x - y \end{cases}$$

**Zadanie 5.** Rozwiązać równanie jednorodne

- (a) 
$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} x$$
- (b) 
$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix} x$$
- (c) 
$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix} x$$
- (d) 
$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix} x$$

**Zadanie 6.** Znaleźć wszystkie punkty stacjonarne układu równań i zbadać zachowanie się układu w ich otoczeniu, rozstrzygnąć o stabilności.

- (a) 
$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 - y \\ \dot{y} = \ln(1 - x + x^2) - \ln 3 \end{cases}$$
- (b) 
$$\begin{cases} \dot{x} = \ln(2 - y^2) \\ \dot{y} = e^x - e^y \end{cases}$$
- (c) 
$$\begin{cases} \dot{x} = (2x - y)(x - 2) \\ \dot{y} = xy - 2 \end{cases}$$
- (d) 
$$\begin{cases} \dot{x} = \sqrt{x^2 - y - 2} - 2 \\ \dot{y} = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(x^2 + xy). \end{cases}$$