

Zadania przygotowawcze przed kolokwium z RRZ.

Zadanie 1. Znajdź rozwinięcie $y(x) = y_\mu(x)$ w szereg potęgowy wokół $\mu = 0$ aż do wyrazu z μ^2 włącznie, gdzie y jest rozwiązaniem następującego zagadnienia Cauchy'ego:

- (a) $y' = 3\mu x - y^2, y(1) = 1;$
- (b) $y' = \frac{2}{y} - 5\mu x, y(1) = 2;$
- (c) $y' = e^{y-x} + \mu y, y(0) = -\mu.$

Zadanie 2. Dla równania

$$3xy' = -4y + y^4(x^3 + 6x^2 + 9x + 4) + \mu xy^2.$$

z warunkiem początkowym $y(1) = \frac{1}{2}$ znajdź $\frac{\partial y}{\partial \mu}$ w punkcie $\mu = 0$.

Zadanie 3. Naskicuj portret fazowy układu

$$\begin{cases} \dot{r} &= r \sin \frac{1}{r} \\ \dot{\phi} &= 1 \end{cases}$$

Zadanie 4. Dla podanego równania w zależności od warunku początkowego zbadać, czy rozwiązanie jest jednoznaczne, ograniczone i czy ucieka do nieskończoności w czasie skończonym.

- (a) $y' = (y - 1)(y - 2) \sin x, y(0) = y_0;$
- (b) $y' = \ln |y + 1| (y - 1)^{3/2} e^{-|x|}, y(0) = y_0;$
- (c) $y' = \prod_{n=1}^{10} (y - n)^{1/n}, y(0) = y_0.$

Maciej Borodzik