

Grupa (A)

Pierwsza połowa kolokwium z RRZ

24 kwietnia 2008.

Czas pisania 45 minut

Zadanie 1. Dla równania różniczkowego

$$y' = x + \varepsilon y^3$$

z warunkiem początkowym $y(0) = 0$ znajdź rozwinięcie funkcji $y(x)$ w szereg Taylora względem ε wokół $\varepsilon = 0$ aż do wyrazu z ε^3 włącznie.

Zadanie 2. Rozważmy równanie

$$w' = 2x + (w - x^2)^{2/3}.$$

Znajdź wszystkie rozwiązania tego równania z warunkiem początkowym $w(1) = 2$.

Grupa (B)

Pierwsza połowa kolokwium z RRZ

24 kwietnia 2008.

Czas pisania 45 minut

Zadanie 1. Rozważmy równanie

$$xy' + y - 2\frac{1}{x}y^2 + \mu y^3 = 0$$

z warunkiem początkowym $y(1) = 1 + \mu$.

Oblicz pochodną $\frac{\partial y}{\partial \mu}$ w punkcie $\mu = 0$.

Zadanie 2. Dane jest równanie postaci

$$y' = h(x, y),$$

gdzie h jest gładką funkcją dwóch zmiennych oraz $|h(x, y)| < M \cdot |y|$ dla pewnej stałej M .

Wykaż, że każde rozwiązanie równania jest określone na całej prostej.