

1. ZADANIA Z FUNKCJI ANALITYCZNYCH ZA ZERO PUNKTÓW

Zadanie 1.1. Oblicz:

- $(\frac{1}{2} + i\frac{1}{2}\sqrt{2})^{2021}$;
- $(\frac{1}{2} - i\frac{1}{2}\sqrt{3})^{2022}$;
- $(1 - i)^{-17}$;
- $(1 + i\sqrt{5})(1 - i\sqrt{5})$;

Zadanie 1.2. Przeprowadź holomorficznie następujące zbiory:

- Dysk z wyciętym odcinkiem $\{z: |z| = 1\} \setminus \{z: \operatorname{Re} z > 0, \operatorname{Im} z = 0\}$ na górną półpłaszczyznę;
- Dysk z wyciętym krótszym odcinkiem $\{z: |z| = 1\} \setminus \{z: \operatorname{Re} z > \frac{1}{2}, \operatorname{Im} z = 0\}$ na górną półpłaszczyznę;
- Dysk z wyciętymi dwoma krótszymi odcinkami $\{z: |z| = 1\} \setminus \{z: |\operatorname{Re} z| > \frac{1}{2}, \operatorname{Im} z = 0\}$ na górną półpłaszczyznę;
- Nieskończony prostokąt: $\{z: \operatorname{Re} z \in (0, 1), \operatorname{Im} z > 0\}$ na dysk jednostkowy;
- Górną półpłaszczyznę z wyciętym pionowym odcinkiem od 0 do i na górną półpłaszczyznę.

Zadanie 1.3. Metodami funkcji analitycznych oblicz niezwykle interesujące całki.

- $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x}{(1+x^2)^2} dx$;
- $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{4+x^2} dx$;
- $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix}}{1+x+x^2} dx$;
- * $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x - 1}{x^2} dx$.

Zadanie 1.4. Oblicz jeszcze więcej pasjonujących całek. Tutaj γ oznacza okrąg jednostkowy.

- $\int_{\gamma} \frac{e^{e^z} - 1}{z^2} dz$;
- $\int_{\gamma} \frac{2z}{z^3 - 5z^2 + 6z} dz$;
- $\int_{|z|=2} \frac{2z^2}{z^4 + z^2 + 1} dz$;
- $\int_{|z|=1/2} \frac{2z^2}{z^4 + z^2 + 1} dz$;