Drugi zestaw zadań z Analizy II.

Termin oddania zadań: poniedziałek, 28 listopada 2005, przed 12:00

Zadanie 1. Znajdź pierwsze trzy (do wyrazu z drugimi pochodnymi włącznie) wyrazy rozwinięcia Taylora funkcji $f(x, y, z) = \sqrt[3]{x^2 + y^3 + z^4}$ i oblicz w przybliżeniu wielkość $f(6.01, 1.97, 3.02)$. Oszacuj błąd za pomocą reszty we wzorze Taylora.

Zadanie 2. Rozpatrujemy dwa równoległe walce w $\mathbb{R}^3$: Pierwszy zadany równaniem $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 4$, drugi: $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 1$. Znajdź równanie wspólne dla obu tych walców (funkcję f, która zeruje się dokładnie na nich). Naszkicuj przecięcie zbioru $\{f(x, y, z) = l\}$ z płaszczyzną $z = 0$ dla kilku wartości l.

Zadanie 3. Rozpatrujemy dwa walce jak wyżej, zadane przez $f \equiv 0$. Rozpatrujemy rodzinę sfer $S_h = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = h^2\}$. Dla jakich h przecięcie walców ze sferą S_h jest gładkie. Omów możliwe kształty tego przecięcia dla różnych h.

Zadanie 4. Znajdź ekstrema funkcji $f(x, y) = \ln(x^3 - 9x^2 + y^2 - 12y + 10)$ na zbiorze $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \{x \geq 2, y \geq 2, x + y \leq 8\}$. Zbadaj ich charakter. Znajdź największą wartość f na zbiorze A.

Zadanie 5. Dany jest zbiór $V \subset \mathbb{R}^2$ zadany równaniem $x^6 + y^8 + 2x^2y^6 = 4096$. Znajdź najmniejsze takie a i b, że $V \subset [-a, a] \times [-b, b]$.