

Trzeci zestaw zadań z Analizy II*. Wskazówki do rozwiązań
ponieważ niektóre zadania mogą być trudne, zamieszczam w oddzielnym
pliku wskazówki.

Wskazówki do zadania 1. Przestrzeń liniową można skonstruować wybierając bazę i sprawdzając, że jest dobrze. Jeśli $\dim V = n$ i $\dim W = m$, to $\dim V \otimes W = mn$, co trzeba oczywiście uzasadnić. Konstrukcja z różnych podręczników przez bardzo duże przestrzenie liniowe podzielone przez coś bardzo dużego wymaga szczegółowego uzasadnienia, że działa.

Wskazówki do zadania 2. Jak ktoś dobrze zrozumie zadanie 1, to nie ma z tym żadnych problemów.

Wskazówki do zadania 3. To zadanie może sprawiać szczególne trudności

- Rozpatrzyć odwzorowanie $Df : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ zadane przez $x \rightarrow \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)$.
- Niech $K = \{x \in \Omega : \det Hf = 0\}$. Wtedy trzeba pokazać, że $Df(K)$ nie zawiera otoczenia zera.
- Rozłożyć $K = \text{int } K \cup \partial K$. Wtedy ∂K brzegowy.
- Pokazać (najtrudniejszy element, można powołać się na jakieś nieznanne twierdzenie, albo samemu wymyślić), że jeśli $U \subset K$ jest otwarty, to $Df(U)$ jest brzegowy.
- Wywnioskować, że $Df(K)$ jest brzegowy.

Wskazówki do zadania 4. Zrobić najpierw dla $n = 2$. Powołać się na poprzednie zadanie.

Wskazówki do zadania 5. Rozpatrując najpierw f liniowe znajdź kandydata na v . Zakładając, że $v = e_1$ (w pewnym układzie współrzędnych) znajdź możliwie szeroką klasę funkcji dla których $Df = vf$.

Maciej Borodzik