

# Podstawa programowa z matematyki dla klas IV–VIII

Maciej Borodzik

Warszawa, maj 2017

*„Tu, na tej górze, mówiłem do ciebie jasno, ale w Narnii tak nie będzie.”*  
(C.S. Lewis, Opowieści z Narnii)

*„Tu, na tej górze, mówiłem do ciebie jasno, ale w Narnii tak nie będzie.”*  
(C.S. Lewis, Opowieści z Narnii)

Warto przypominać sobie o korzyściach z rozwoju umiejętności matematycznych.

- Rozwój myślenia twórczego.

*„Tu, na tej górze, mówiłem do ciebie jasno, ale w Narnii tak nie będzie.”*  
(C.S. Lewis, Opowieści z Narnii)

Warto przypominać sobie o korzyściach z rozwoju umiejętności matematycznych.

- Rozwój myślenia twórczego.
- Rozwój myślenia krytycznego.

*„Tu, na tej górze, mówiłem do ciebie jasno, ale w Narnii tak nie będzie.”*  
(C.S. Lewis, Opowieści z Narnii)

Warto przypominać sobie o korzyściach z rozwoju umiejętności matematycznych.

- Rozwój myślenia twórczego.
- Rozwój myślenia krytycznego.
- Zastosowania.

- Zachęcanie uczniów do kombinowania.

- Zachęcanie uczniów do kombinowania.
- Zadania, gdzie jest wiele dróg:

- Zachęcanie uczniów do kombinowania.
- Zadania, gdzie jest wiele dróg:



- Zachęcanie uczniów do kombinowania.
- Zadania, gdzie jest wiele dróg: kombinatoryka, liczenie pól figur w kratkach, geometria.
- Nawet jeśli 20% pomysłów jest ucznia jest dobrych, to warto zachęcać.

- Dowodzenie twierdzeń

- Dowodzenie twierdzeń
- Zrozumienie co to jest dowód.

- Dowodzenie twierdzeń
- Zrozumienie co to jest dowód.
- Zrozumienie co to **nie** jest dowód.

- Dowodzenie twierdzeń
- Zrozumienie co to jest dowód.
- Zrozumienie co to nie jest dowód.
- Logika w praktyce.

- Dowodzenie twierdzeń
- Zrozumienie co to jest dowód.
- Zrozumienie co to nie jest dowód.
- Logika w praktyce.
- Bardzo trudne, ale wysiłek się opłaca.

Jest życie po matematyce.

- Bankowość

Jest życie po matematyce.

- Bankowość
- Ubezpieczenia



Jest życie po matematyce.

- Bankowość
- Ubezpieczenia
- Statystyka

Jest życie po matematyce.

- Bankowość
- Ubezpieczenia
- Statystyka
- Modele ekonomiczne

Jest życie po matematyce.

- Bankowość
- Ubezpieczenia
- Statystyka
- Modele ekonomiczne
- Bazy danych

Jest życie po matematyce.

- Bankowość
- Ubezpieczenia
- Statystyka
- Modele ekonomiczne
- Bazy danych

Skończenie studiów matematycznych daje dobrze płatną pracę.

Jest życie po matematyce.

- Bankowość
- Ubezpieczenia
- Statystyka
- Modele ekonomiczne
- Bazy danych

Skończenie studiów matematycznych daje dobrze płatną pracę. Ale...

...nie wszyscy muszą być matematykami

- Zastosowania inżynierskie.

## ... nie wszyscy muszą być matematykami

- Zastosowania inżynierskie.
- Informatyczne (kombinatoryka uczy myślenia informatycznego).

## ... nie wszyscy muszą być matematykami

- Zastosowania inżynierskie.
- Informatyczne (kombinatoryka uczy myślenia informatycznego).
- Obsługiwanie danych (statystyka).



## ... nie wszyscy muszą być matematykami

- Zastosowania inżynierskie.
- Informatyczne (kombinatoryka uczy myślenia informatycznego).
- Obsługiwanie danych (statystyka).
- Medycyna: fizjologia, rozkład leku w organizmie

## ... nie wszyscy muszą być matematykami

- Zastosowania inżynierskie.
- Informatyczne (kombinatoryka uczy myślenia informatycznego).
- Obsługiwanie danych (statystyka).
- Medycyna: fizjologia, rozkład leku w organizmie

## ...nie wszyscy muszą być matematykami

- Zastosowania inżynieryjne.
- Informatyczne (kombinatoryka uczy myślenia informatycznego).
- Obsługiwanie danych (statystyka).
- Medycyna: fizjologia, rozkład leku w organizmie (przykłady w pp. do liceum).
- Biologia: modelowanie dynamiki rozwoju populacji (układy Lotki-Volterra itp.)

## ...nie wszyscy muszą być matematykami

- Zastosowania inżynieryjne.
- Informatyczne (kombinatoryka uczy myślenia informatycznego).
- Obsługiwanie danych (statystyka).
- Medycyna: fizjologia, rozkład leku w organizmie (przykłady w pp. do liceum).
- Biologia: modelowanie dynamiki rozwoju populacji (układy Lotki-Volterra itp.)
- Chemia: szybkość reakcji.

## ... nie wszyscy muszą być matematykami

- Zastosowania inżynieryjne.
- Informatyczne (kombinatoryka uczy myślenia informatycznego).
- Obsługiwanie danych (statystyka).
- Medycyna: fizjologia, rozkład leku w organizmie (przykłady w pp. do liceum).
- Biologia: modelowanie dynamiki rozwoju populacji (układy Lotki-Volterra itp.)
- Chemia: szybkość reakcji.
- Modelowanie rozwoju nowotworów.

## ...nie wszyscy muszą być matematykami

- Zastosowania inżyneryjne.
- Informatyczne (kombinatoryka uczy myślenia informatycznego).
- Obsługiwanie danych (statystyka).
- Medycyna: fizjologia, rozkład leku w organizmie (przykłady w pp. do liceum).
- Biologia: modelowanie dynamiki rozwoju populacji (układy Lotki-Volterra itp.)
- Chemia: szybkość reakcji.
- Modelowanie rozwoju nowotworów.
- Modelowanie odpowiedzi immunologicznej (szczepienia).

W sali gdzie jest  $N$  osób ktoś puścił plotkę. Niech  $a_n$  oznacza ułamek osób, które plotkę słyszały w  $n$ -tej minucie.

W sali gdzie jest  $N$  osób ktoś puścił plotkę. Niech  $a_n$  oznacza ułamek osób, które plotkę słyszały w  $n$ -tej minucie.

$$a_{n+1} = a_n + c \quad .$$



W sali gdzie jest  $N$  osób ktoś puścił plotkę. Niech  $a_n$  oznacza ułamek osób, które plotkę słyszały w  $n$ -tej minucie.

$$a_{n+1} = a_n + c \quad .$$

W sali gdzie jest  $N$  osób ktoś puścił plotkę. Niech  $a_n$  oznacza ułamek osób, które plotkę słyszały w  $n$ -tej minucie.

$$a_{n+1} = a_n + ca_n \quad .$$

W sali gdzie jest  $N$  osób ktoś puścił plotkę. Niech  $a_n$  oznacza ułamek osób, które plotkę słyszały w  $n$ -tej minucie.

$$a_{n+1} = a_n + ca_n(1 - a_n).$$

W sali gdzie jest  $N$  osób ktoś puścił plotkę. Niech  $a_n$  oznacza ułamek osób, które plotkę słyszały w  $n$ -tej minucie.

$$a_{n+1} = a_n + ca_n(1 - a_n).$$

Opisujemy dynamikę rozprzestrzeniania plotki.

$$a_{n+1} = a_n + ca_n(1 - a_n).$$

$$a_{n+1} = a_n + ca_n(1 - a_n).$$

- Rozprzestrzenianie się epidemii

$$a_{n+1} = a_n + ca_n(1 - a_n).$$

- Rozprzestrzenianie się epidemii
- Można zmodyfikować ciąg

$$a_{n+1} = a_n + ca_n(1 - a_n).$$

- Rozprzestrzenianie się epidemii
- Można zmodyfikować ciąg
- odjąć zdrowiejących po 4 dniach



$$a_{n+1} = a_n + ca_n(1 - a_n).$$

- Rozprzestrzenianie się epidemii
- Można zmodyfikować ciąg
- odjąć zdrowiejących po 4 dniach
- podzielić na grupy wiekowe  $a_n, b_n, \dots$

$$a_{n+1} = a_n + ca_n(1 - a_n).$$

- Rozprzestrzenianie się epidemii
- Można zmodyfikować ciąg
- odjąć zdrowiejących po 4 dniach
- podzielić na grupy wiekowe  $a_n, b_n, \dots$
- wprowadzić pojęcie odporności

$$a_{n+1} = a_n + ca_n(1 - a_n).$$

- Rozprzestrzenianie się epidemii
- Można zmodyfikować ciąg
- odjąć zdrowiejących po 4 dniach
- podzielić na grupy wiekowe  $a_n, b_n, \dots$
- wprowadzić pojęcie odporności
- część osób może zarażać się po kontakcie z dwoma chorymi

$$a_{n+1} = a_n + ca_n(1 - a_n).$$

- Rozprzestrzenianie się epidemii
- Można zmodyfikować ciąg
- odjąć zdrowiejących po 4 dniach
- podzielić na grupy wiekowe  $a_n, b_n, \dots$
- wprowadzić pojęcie odporności
- część osób może zarażać się po kontakcie z dwoma chorymi

Bardzo poważne zastosowanie praktyczne.

- Sprawność rachunkowa

- Sprawność rachunkowa
- Kreatywność

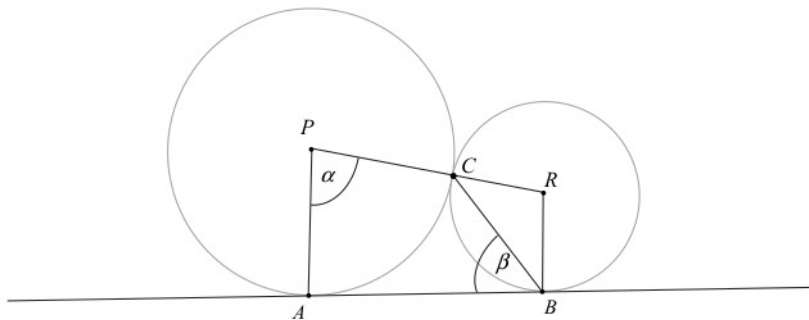
- Sprawność rachunkowa
- Kreatywność
- Wiedza

# Sprawność rachunkowa



**Zadanie 28. (0–2)**

Dane są dwa okręgi o środkach w punktach  $P$  i  $R$ , styczne zewnętrznie w punkcie  $C$ . Prosta  $AB$  jest styczna do obu okręgów odpowiednio w punktach  $A$  i  $B$  oraz  $|\sphericalangle APC| = \alpha$  i  $|\sphericalangle ABC| = \beta$  (zobacz rysunek). Wykaż, że  $\alpha = 180^\circ - 2\beta$ .



Bez sprawności rachunkowej nie da się kombinować! *Est modus in rebus, sunt certi denique fines.* (Horacy)

Bez sprawności rachunkowej nie da się kombinować! *Est modus in rebus, sunt certi denique fines.* (Horacy)

- Bardzo duże braki w liceum i na studiach

Bez sprawności rachunkowej nie da się kombinować! *Est modus in rebus, sunt certi denique fines.* (Horacy)

- Bardzo duże braki w liceum i na studiach
- Konieczna praca w klasach IV–VI. **ważne**. Jeden z powodów pozostawienie podstawy w klasach IV–VI, chociaż w teorii jest więcej czasu.

Bez sprawności rachunkowej nie da się kombinować! *Est modus in rebus, sunt certi denique fines.* (Horacy)

- Bardzo duże braki w liceum i na studiach
- Konieczna praca w klasach IV–VI. ważne. Jeden z powodów pozostawienie podstawy w klasach IV–VI, chociaż w teorii jest więcej czasu.
- Utrwalanie w klasach późniejszych.

Bez sprawności rachunkowej nie da się kombinować! *Est modus in rebus, sunt certi denique fines.* (Horacy)

- Bardzo duże braki w liceum i na studiach
- Konieczna praca w klasach IV–VI. ważne. Jeden z powodów pozostawienie podstawy w klasach IV–VI, chociaż w teorii jest więcej czasu.
- Utrwalanie w klasach późniejszych.
- **Kalkulator nie myśli.**

Bez sprawności rachunkowej nie da się kombinować! *Est modus in rebus, sunt certi denique fines.* (Horacy)

- Bardzo duże braki w liceum i na studiach
- Konieczna praca w klasach IV–VI. ważne. Jeden z powodów pozostawienie podstawy w klasach IV–VI, chociaż w teorii jest więcej czasu.
- Utrwalanie w klasach późniejszych.
- Kalkulator nie myśli.
- **Umiem policzyć, to wiem, że mogę policzyć.**

Przykładem braku kompetencji autorów jest traktowanie ćwiczeń klasyfikacyjnych w oderwaniu od kształcenia pojęcia liczby.

- Powraca algorytm wykonywania 4 działań sposobem pisemnym, w dobie kalkulatorów i innych możliwości dokonywania obliczeń wracamy do mechanicznego uczenia się umiejętności życiowo zbędnej.
- Brak geometrii przestrzennej, dominuje arytmetyka. Geometria przestrzenna, która jest obecna w podstawach programowych wielu krajów europejskich, ściśle związana



- Kombinatoryka

- Kombinatoryka
- Geometria

- Kombinatoryka
- Geometria
- Zagadki arytmetyczne

- Kombinatoryka
- Geometria
- Zagadki arytmetyczne
- Konstrukcje geometryczne (nie ma niestety w podstawie, przeważały głosy, że dobrze zrobione konstrukcje muszą zakładać umiejętność dowodzenia)

- Poziom użytkowy a nie definicyjny.

- Poziom użytkowy a nie definicyjny.
- Wiedza jest ważna. W pracy matematyka najważniejsza.

- Poziom użytkowy a nie definicyjny.
- Wiedza jest ważna. W pracy matematyka najważniejsza.
- „Drugi start”: statystyka, kombinatoryka (wymagają małej wiedzy wstępnej)

- Precyzja jest istotna, ale . . .



- Precyzja jest istotą, ale . . .
- Bagaż „bourbakistów”

- Precyzja jest istotą, ale . . .
- Bagaż „bourbakistów”
- Wielomian vs. funkcja wielomianowa (dla 10 osób w Polsce to ma znaczenie)

- Precyzja jest istotą, ale . . .
- Bagaż „bourbakistów”
- Wielomian vs. funkcja wielomianowa (dla 10 osób w Polsce to ma znaczenie)
- kąt vs. miara kąta, wysokość vs. długość wysokości

- Precyzja jest istotna, ale . . .
- Bagaż „bourbakistów”
- Wielomian vs. funkcja wielomianowa (dla 10 osób w Polsce to ma znaczenie)
- kąt vs. miara kąta, wysokość vs. długość wysokości
- długość  $AB$ , czy  $|AB|$  (istotnie dopiero przy rachunku wektorowym)

- Precyzja jest istotna, ale . . .
- Bagaż „bourbakistów”
- Wielomian vs. funkcja wielomianowa (dla 10 osób w Polsce to ma znaczenie)
- kąt vs. miara kąta, wysokość vs. długość wysokości
- długość  $AB$ , czy  $|AB|$  (istotnie dopiero przy rachunku wektorowym)
- symbole  $\forall, \exists$  **nie** są używane w artykułach matematycznych (poza logiką).

Nie wszystkie pojęcia w szkole muszą być zdefiniowane ściśle.

Nie wszystkie pojęcia w szkole muszą być zdefiniowane ściśle.

- Pole.

Nie wszystkie pojęcia w szkole muszą być zdefiniowane ściśle.

- Pole.
- Objętość.



Nie wszystkie pojęcia w szkole muszą być zdefiniowane ściśle.

- Pole.
- Objętość.
- Temperatura (nb. ścisła definicja temperatury to jeden z nielicznych przykładów, kiedy definicję trzeba zapamiętać).

Nie wszystkie pojęcia w szkole muszą być zdefiniowane ściśle.

- Pole.
- Objętość.
- Temperatura (nb. ścisła definicja temperatury to jeden z nielicznych przykładów, kiedy definicję trzeba zapamiętać).
- Funkcja.

- W podstawie pojawia się *wykres funkcji*

- W podstawie pojawia się *wykres funkcji*
- Abstrakcyjna definicja zachęca do sprawdzania przykładów, które nie są funkcjami. **Bardzo komplikuje zrozumienie.**

- W podstawie pojawia się *wykres funkcji*
- Abstrakcyjna definicja zachęca do sprawdzania przykładów, które nie są funkcjami. Bardzo komplikuje zrozumienie.
- Przydatna dopiero przy złożeniach.

- W podstawie pojawia się *wykres funkcji*
- Abstrakcyjna definicja zachęca do sprawdzania przykładów, które nie są funkcjami. Bardzo komplikuje zrozumienie.
- Przydatna dopiero przy złożeniach.
- Myślmy o funkcji jako o wzorze albo wykresie.

- Mocno rozwinięta w obecnej podstawie.

- Mocno rozwinięta w obecnej podstawie.
- Odczytywanie danych z wykresów.



- Mocno rozwinięta w obecnej podstawie.
- Odczytywanie danych z wykresów.
- Manipulacja danymi i interpretacja.

- Mocno rozwinięta w obecnej podstawie.
- Odczytywanie danych z wykresów.
- Manipulacja danymi i interpretacja.
- Tworzenie wykresów.

- Mocno rozwinięta w obecnej podstawie.
- Odczytywanie danych z wykresów.
- Manipulacja danymi i interpretacja.
- Tworzenie wykresów.
- Intuicyjne wprowadzenie pojęcia funkcji.

- Mocno rozwinięta w obecnej podstawie.
- Odczytywanie danych z wykresów.
- Manipulacja danymi i interpretacja.
- Tworzenie wykresów.
- Intuicyjne wprowadzenie pojęcia funkcji.
- Praca na rzeczywistych danych.

Wielu rzeczy można nauczać na różnych poziomach.

Wielu rzeczy można nauczać na różnych poziomach.

- Matematyka to przedmiot egzaminacyjny.

Wielu rzeczy można nauczać na różnych poziomach.

- Matematyka to przedmiot egzaminacyjny.
- Podstawa *musi* być zrealizowana na pewnym poziomie.

Wielu rzeczy można nauczać na różnych poziomach.

- Matematyka to przedmiot egzaminacyjny.
- Podstawa *musi* być zrealizowana na pewnym poziomie.
- Inaczej na podstawę patrzy matematyk, inaczej dziedziny nieegzaminacyjne.



Wielu rzeczy można nauczać na różnych poziomach.

- Matematyka to przedmiot egzaminacyjny.
- Podstawa *musi* być zrealizowana na pewnym poziomie.
- Inaczej na podstawę patrzy matematyk, inaczej dziedziny nieegzaminacyjne.
- Zwłaszcza na podstawę z matematyki.

Wielu rzeczy można nauczać na różnych poziomach.

- Matematyka to przedmiot egzaminacyjny.
- Podstawa *musi* być zrealizowana na pewnym poziomie.
- Inaczej na podstawę patrzy matematyk, inaczej dziedziny nieegzaminacyjne.
- Zwłaszcza na podstawę z matematyki.
- Różnice w czasie potrzebnym na nauczenie funkcji liniowej na matematyce albo fizyce mogą być kilkunastokrotne.

- Materiał do nauczania po sprawdzianie w VIII klasie.

- Materiał do nauczania po sprawdzianie w VIII klasie.
- Możliwość nauki w grupach międzyoddziałowych. Mało realna, pomyślana jako podkładka dla dyrektorów.

- Materiał do nauczania po sprawdzenie w VIII klasie.
- Możliwość nauki w grupach międzyoddziałowych. **Mało realna, pomyślana jako podkładka dla dyrektorów.**

- Podziękowania za konstruktywne komentarze do pp:

- Podziękowania za konstruktywne komentarze do pp:
- Wydawnictwo „Nowa Era”, SNM, Urząd Marszałkowski woj. zachodniopomorskiego.

- Podziękowania za konstruktywne komentarze do pp:
- Wydawnictwo „Nowa Era”, SNM, Urząd Marszałkowski woj. zachodniopomorskiego.
- Jesteśmy otwarci na dyskusję.



- Podziękowania za konstruktywne komentarze do pp:
- Wydawnictwo „Nowa Era”, SNM, Urząd Marszałkowski woj. zachodniopomorskiego.
- Jesteśmy otwarci na dyskusję.
- I tak jest konieczność korekty podstawy za 3 lata.