

Podstawa programowa z matematyki i zastosowania

Maciej Borodzik

maj 2017

Pytanie

Koń mechaniczny jest oryginalnie jednostką mocy odpowiadającą mocy konia pociągowego. Jak zmieni się ta moc, jeśli powiększymy konia L -krotnie?

Pytanie

Koń mechaniczny jest oryginalnie jednostką mocy odpowiadającą mocy konia pociągowego. Jak zmieni się ta moc, jeśli powiększymy konia L -krotnie?

Odpowiedź 1.



Pytanie

Koń mechaniczny jest oryginalnie jednostką mocy odpowiadającą mocy konia pociągowego. Jak zmieni się ta moc, jeśli powiększymy konia L -krotnie?

Odpowiedź 1.

- Procesy biologiczne zamieniają energię chemiczną na mechaniczną z efektywnością około **25%**.



Pytanie

Koń mechaniczny jest oryginalnie jednostką mocy odpowiadającą mocy konia pociągowego. Jak zmieni się ta moc, jeśli powiększymy konia L -krotnie?

Odpowiedź 1.

- Procesy biologiczne zamieniają energię chemiczną na mechaniczną z efektywnością około 25%.
- Reszta energii to ciepło.



Pytanie

Koń mechaniczny jest oryginalnie jednostką mocy odpowiadającą mocy konia pociągowego. Jak zmieni się ta moc, jeśli powiększymy konia L -krotnie?

Odpowiedź 1.

- Procesy biologiczne zamieniają energię chemiczną na mechaniczną z efektywnością około 25%.
- Reszta energii to ciepło.
- Utrata ciepła jest proporcjonalna do powierzchni ciała, czyli L^2 .



Pytanie

Koń mechaniczny jest oryginalnie jednostką mocy odpowiadającą mocy konia pociągowego. Jak zmieni się ta moc, jeśli powiększymy konia L -krotnie?

Odpowiedź 1.

- Procesy biologiczne zamieniają energię chemiczną na mechaniczną z efektywnością około 25%.
- Reszta energii to ciepło.
- Utrata ciepła jest proporcjonalna do powierzchni ciała, czyli L^2 .
- Jeśli moc wzrośnie bardziej niż o L^2 , to jest ryzyko przegrzania.



Pytanie

Koń mechaniczny jest oryginalnie jednostką mocy odpowiadającą mocy konia pociągowego. Jak zmieni się ta moc, jeśli powiększymy konia L -krotnie?

Odpowiedź 2.



Pytanie

Koń mechaniczny jest oryginalnie jednostką mocy odpowiadającą mocy konia pociągowego. Jak zmieni się ta moc, jeśli powiększymy konia L -krotnie?

Odpowiedź 2.

- Moc jest proporcjonalna do dostarczania tlenu.



Pytanie

Koń mechaniczny jest oryginalnie jednostką mocy odpowiadającą mocy konia pociągowego. Jak zmieni się ta moc, jeśli powiększymy konia L -krotnie?

Odpowiedź 2.

- Moc jest proporcjonalna do dostarczania tlenu.
- Ilość tlenu jest proporcjonalna do powierzchni płuc, która rośnie jak L^2



Pytanie

Koń mechaniczny jest oryginalnie jednostką mocy odpowiadającą mocy konia pociągowego. Jak zmieni się ta moc, jeśli powiększymy konia L -krotnie?

Odpowiedź 3.

- Maksymalna siła skurczu mięśnia sercowego na powierzchnię przekroju nie zależy do skali.

Pytanie

Koń mechaniczny jest oryginalnie jednostką mocy odpowiadającą mocy konia pociągowego. Jak zmieni się ta moc, jeśli powiększymy konia L -krotnie?

Odpowiedź 3.

- Maksymalna siła skurczu mięśnia sercowego na powierzchnię przekroju nie zależy do skali.
- Ciśnienie krwi nie zależy od skali.

Pytanie

Koń mechaniczny jest oryginalnie jednostką mocy odpowiadającą mocy konia pociągowego. Jak zmieni się ta moc, jeśli powiększymy konia L -krotnie?

Odpowiedź 3.

- Maksymalna siła skurczu mięśnia sercowego na powierzchnię przekroju nie zależy do skali.
- Ciśnienie krwi nie zależy od skali.
- A zatem szybkość przepływu krwi przez aortę nie zależy od skali.

Pytanie

Koń mechaniczny jest oryginalnie jednostką mocy odpowiadającą mocy konia pociągowego. Jak zmieni się ta moc, jeśli powiększymy konia L -krotnie?

Odpowiedź 3.

- Maksymalna siła skurczu mięśnia sercowego na powierzchnię przekroju nie zależy od skali.
- Ciśnienie krwi nie zależy od skali.
- A zatem szybkość przepływu krwi przez aortę nie zależy od skali.
- Ilość krwi przetaczanej rośnie z kwadratem przekroju aorty.

Pytanie

Koń mechaniczny jest oryginalnie jednostką mocy odpowiadającą mocy konia pociągowego. Jak zmieni się ta moc, jeśli powiększymy konia L -krotnie?

Odpowiedź 3.

- Maksymalna siła skurczu mięśnia sercowego na powierzchnię przekroju nie zależy od skali.
- Ciśnienie krwi nie zależy od skali.
- A zatem szybkość przepływu krwi przez aortę nie zależy od skali.
- Ilość krwi przetaczanej rośnie z kwadratem przekroju aorty.
- Moc zależy od kwadratu.

Pytanie

Koń mechaniczny jest oryginalnie jednostką mocy odpowiadającą mocy konia pociągowego. Jak zmieni się ta moc, jeśli powiększymy konia L -krotnie?

Odpowiedź 3.

- Maksymalna siła skurczu mięśnia sercowego na powierzchnię przekroju nie zależy od skali.
- Ciśnienie krwi nie zależy od skali.
- A zatem szybkość przepływu krwi przez aortę nie zależy od skali.
- Ilość krwi przetaczanej rośnie z kwadratem przekroju aorty.
- Moc zależy od kwadratu.
- Objętość serca rośnie jak L^3 , więc puls będzie malał jak L^{-1} : potwierdzone doświadczalnie.

Pytanie

Jak szybkość biegu po płaskim zależy od rozmiaru zwierzęcia?

Pytanie

Jak szybkość biegu po płaskim zależy od rozmiaru zwierzęcia?

Odpowiedź.



Pytanie

Jak szybkość biegu po płaskim zależy od rozmiaru zwierzęcia?

Odpowiedź.

- Opór powietrza zależy od L^2V^2 (powierzchnia zwierzęcia, kwadrat prędkości).



Pytanie

Jak szybkość biegu po płaskim zależy od rozmiaru zwierzęcia?

Odpowiedź.

- Opór powietrza zależy od L^2V^2 (powierzchnia zwierzęcia, kwadrat prędkości).
- Moc = Siła \times prędkość, czyli $\sim L^2V^3$.



Pytanie

Jak szybkość biegu po płaskim zależy od rozmiaru zwierzęcia?

Odpowiedź.

- Opór powietrza zależy od L^2V^2 (powierzchnia zwierzęcia, kwadrat prędkości).
- Moc = Siła \times prędkość, czyli $\sim L^2V^3$.
- Ale moc jest też $\sim L^2$.



Pytanie

Jak szybkość biegu po płaskim zależy od rozmiaru zwierzęcia?

Odpowiedź.

- Opór powietrza zależy od L^2V^2 (powierzchnia zwierzęcia, kwadrat prędkości).
- Moc = Siła \times prędkość, czyli $\sim L^2V^3$.
- Ale moc jest też $\sim L^2$.
- Czyli prędkość nie zależy bezpośrednio od rozmiaru.



Pytanie

Jak szybkość biegu po płaskim zależy od rozmiaru zwierzęcia?

Według strony www.speedofanimals.com:

Pytanie

Jak szybkość biegu po płaskim zależy od rozmiaru zwierzęcia?

Według strony www.speedofanimals.com:

- Żyrafa: 52km/h;

Pytanie

Jak szybkość biegu po płaskim zależy od rozmiaru zwierzęcia?

Według strony www.speedofanimals.com:

- Żyrafa: 52km/h;
- Kot: 48km/h;

Pytanie

Jak szybkość biegu po płaskim zależy od rozmiaru zwierzęcia?

Według strony www.speedofanimals.com:

- Żyrafa: 52km/h;
- Kot: 48km/h;
- Słoń: 40km/h;

Pytanie

Jak szybkość biegu po płaskim zależy od rozmiaru zwierzęcia?

Według strony www.speedofanimals.com:

- Żyrafa: 52km/h;
- Kot: 48km/h;
- Słoń: 40km/h;
- Koń: 88km/h.

Pytanie

Jak szybkość biegu pod górę zależy od rozmiaru zwierzęcia.

Pytanie

Jak szybkość biegu pod górę zależy od rozmiaru zwierzęcia.

Odpowiedź.



Pytanie

Jak szybkość biegu pod górę zależy od rozmiaru zwierzęcia.

Odpowiedź.

- Siła grawitacji jest proporcjonalna do L^3 , moc jak L^3v ;



Pytanie

Jak szybkość biegu pod górę zależy od rozmiaru zwierzęcia.

Odpowiedź.

- Siła grawitacji jest proporcjonalna do L^3 , moc jak L^3v ;
- Moc rośnie jak L^2 ;



Pytanie

Jak szybkość biegu pod górę zależy od rozmiaru zwierzęcia.

Odpowiedź.

- Siła grawitacji jest proporcjonalna do L^3 , moc jak L^3v ;
- Moc rośnie jak L^2 ;
- Prędkość rośnie jak L^{-1} ;



Pytanie

Jak szybkość biegu pod górę zależy od rozmiaru zwierzęcia.

Odpowiedź.

- Siła grawitacji jest proporcjonalna do L^3 , moc jak L^3v ;
- Moc rośnie jak L^2 ;
- Prędkość rośnie jak L^{-1} ;
- Istotnie, pies wbiega na górę, pod którą koń tylko wchodzi.



Pytanie

Jak wysokość skoku zależy od rozmiaru zwierzęcia.

Pytanie

Jak wysokość skoku zależy od rozmiaru zwierzęcia.

Odpowiedź.



Pytanie

Jak wysokość skoku zależy od rozmiaru zwierzęcia.

Odpowiedź.

- Siła kończyny jest zależna od przekroju, czyli L^2 .



Pytanie

Jak wysokość skoku zależy od rozmiaru zwierzęcia.

Odpowiedź.

- Siła kończyny jest zależna od przekroju, czyli L^2 .
- Praca jaką wykonuje to siła razy długość, czyli L^3 .



Pytanie

Jak wysokość skoku zależy od rozmiaru zwierzęcia.

Odpowiedź.

- Siła kończyny jest zależna od przekroju, czyli L^2 .
- Praca jaką wykonuje to siła razy długość, czyli L^3 .
- Aby wznieść się na wysokość h , potrzeba pracy mgh , a masa jest jak L^3 .



Pytanie

Jak wysokość skoku zależy od rozmiaru zwierzęcia.

Odpowiedź.

- Siła kończyny jest zależna od przekroju, czyli L^2 .
- Praca jaką wykonuje to siła razy długość, czyli L^3 .
- Aby wznieść się na wysokość h , potrzeba pracy mgh , a masa jest jak L^3 .
- Maksymalny wyskok nie zależy bezpośrednio od rozmiarów.



- V. I. Arnold, „Modele matematyczne mechaniki klasycznej”.
- J. M. Smith, „Mathematical Ideas in Biology”.

Zadanie

Wieżowiec ma N pięter i jedną windę. Na każdym piętrze mieszka k osób z których każda raz dziennie jedzie windą na parter. Dla uproszczenia zakładamy, że winda bierze jedną osobę na raz. Zakładając, że wysokość piętra wynosi $4m$, oblicz minimalną prędkość windy.

Zadanie

Wieżowiec ma N pięter i jedną windę. Na każdym piętrze mieszka k osób z których każda raz dziennie jedzie windą na parter. Dla uproszczenia zakładamy, że winda bierze jedną osobę na raz. Zakładając, że wysokość piętra wynosi $4m$, oblicz minimalną prędkość windy.

Rozwiązanie.

Liczymy „osobometry”. Z pierwszego piętra jest $2 \cdot 4 \cdot k = 8k$ osobometrów. Z drugiego $16k$, z trzeciego $24k$ i tak dalej.



Zadanie

Wieżowiec ma N pięter i jedną windę. Na każdym piętrze mieszka k osób z których każda raz dziennie jedzie windą na parter. Dla uproszczenia zakładamy, że winda bierze jedną osobę na raz. Zakładając, że wysokość piętra wynosi $4m$, oblicz minimalną prędkość windy.

Rozwiązanie.

Liczymy „osobometry”. Z pierwszego piętra jest $2 \cdot 4 \cdot k = 8k$ osobometrów. Z drugiego $16k$, z trzeciego $24k$ i tak dalej. Łącznie mamy $4kN(N + 1)$ osobometrów.



Zadanie

Wieżowiec ma N pięter i jedną windę. Na każdym piętrze mieszka k osób z których każda raz dziennie jedzie windą na parter. Dla uproszczenia zakładamy, że winda bierze jedną osobę na raz. Zakładając, że wysokość piętra wynosi $4m$, oblicz minimalną prędkość windy.

Rozwiązanie.

Liczymy „osobometry”. Z pierwszego piętra jest $2 \cdot 4 \cdot k = 8k$ osobometrów. Z drugiego $16k$, z trzeciego $24k$ i tak dalej. Łącznie mamy $4kN(N+1)$ osobometrów. Doba ma 86400 sekund, więc minimalna prędkość windy to $\frac{4kN(N+1)}{21600}$ metrów na sekundę.



Zadanie

Wieżowiec ma N pięter i jedną windę. Na każdym piętrze mieszka k osób z których każda raz dziennie jedzie windą na parter. Dla uproszczenia zakładamy, że winda bierze jedną osobę na raz. Zakładając, że wysokość piętra wynosi $4m$, oblicz minimalną prędkość windy.

Rozwiązanie.

Liczymy „osobometry”. Z pierwszego piętra jest $2 \cdot 4 \cdot k = 8k$ osobometrów. Z drugiego $16k$, z trzeciego $24k$ i tak dalej. Łącznie mamy $4kN(N+1)$ osobometrów. Doba ma 86400 sekund, więc minimalna prędkość windy to $\frac{4kN(N+1)}{21600}$ metrów na sekundę. Jeśli wieżowiec ma 100 pięter i 20 osób na każdym piętrze używa windy, dostajemy prędkość około $10m/s$ przy założeniu, że część osób korzysta z windy w nocy.



Zadanie

Wieżowiec ma N pięter i jedną windę. Na każdym piętrze mieszka k osób z których każda raz dziennie jedzie windą na parter. Dla uproszczenia zakładamy, że winda bierze jedną osobę na raz. Zakładając, że wysokość piętra wynosi $4m$, oblicz minimalną prędkość windy.

Rozwiązanie.

Liczymy „osobometry”. Z pierwszego piętra jest $2 \cdot 4 \cdot k = 8k$ osobometrów. Z drugiego $16k$, z trzeciego $24k$ i tak dalej. Łącznie mamy $4kN(N+1)$ osobometrów. Doba ma 86400 sekund, więc minimalna prędkość windy to $\frac{4kN(N+1)}{21600}$ metrów na sekundę. Jeśli wieżowiec ma 100 pięter i 20 osób na każdym piętrze używa windy, dostajemy prędkość około $10m/s$ przy założeniu, że część osób korzysta z windy w nocy. To jest maksymalna prędkość (przynajmniej w dół) jaką może znieść człowiek w windzie bez efektów ubocznych. □

Zadanie

Wieżowiec ma N pięter i jedną windę. Na każdym piętrze mieszka k osób z których każda raz dziennie jedzie windą na parter. Dla uproszczenia zakładamy, że winda bierze jedną osobę na raz. Zakładając, że wysokość piętra wynosi $4m$, oblicz minimalną prędkość windy.

Rozwiązanie.

Liczymy „osobometry”. Z pierwszego piętra jest $2 \cdot 4 \cdot k = 8k$ osobometrów. Z drugiego $16k$, z trzeciego $24k$ i tak dalej. Łącznie mamy $4kN(N+1)$ osobometrów. Doba ma 86400 sekund, więc minimalna prędkość windy to $\frac{4kN(N+1)}{21600}$ metrów na sekundę. Jeśli wieżowiec ma 100 pięter i 20 osób na każdym piętrze używa windy, dostajemy prędkość około $10m/s$ przy założeniu, że część osób korzysta z windy w nocy. To jest maksymalna prędkość (przynajmniej w dół) jaką może znieść człowiek w windzie bez efektów ubocznych. Ograniczenie wysokości budynków. □

Zadanie

Miasto ma kształt kwadratu o boku N kilometrów. Gęstość zaludnienia wynosi 500 osób na kilometr kwadratowy. Każda osoba produkuje dziennie 10kg odpadów. Te odpady są wywożone ciężarówkami przez jedną z czterech bram miejskich. Każda ciężarówka wywozi 10 ton odpadów. Oblicz, jak często musi przejeżdżać jedna ciężarówka przez bramę.

Zadanie

Miasto ma kształt kwadratu o boku N kilometrów. Gęstość zaludnienia wynosi 500 osób na kilometr kwadratowy. Każda osoba produkuje dziennie 10kg odpadów. Te odpady są wywożone ciężarówkami przez jedną z czterech bram miejskich. Każda ciężarówka wywozi 10 ton odpadów. Oblicz, jak często musi przejeżdżać jedna ciężarówka przez bramę.

Rozwiązanie.

Ilość odpadów wynosi $5000N^2$, więc ilość ciężarówek wynosi $\frac{1}{2}N^2$, ilość ciężarówek przez każdą bramę wynosi $\frac{1}{8}N^2$. □

Zadanie

Miasto ma kształt kwadratu o boku N kilometrów. Gęstość zaludnienia wynosi 500 osób na kilometr kwadratowy. Każda osoba produkuje dziennie 10kg odpadów. Te odpady są wywożone ciężarówkami przez jedną z czterech bram miejskich. Każda ciężarówka wywozi 10 ton odpadów. Oblicz, jak często musi przejeżdżać jedna ciężarówka przez bramę.

Rozwiązanie.

Ilość odpadów wynosi $5000N^2$, więc ilość ciężarówek wynosi $\frac{1}{2}N^2$, ilość ciężarówek przez każdą bramę wynosi $\frac{1}{8}N^2$. □

- Jeśli $N > 30$ to potrzeba ponad 100 ciężarówek przejeżdżających przez bramę.

Zadanie

Miasto ma kształt kwadratu o boku N kilometrów. Gęstość zaludnienia wynosi 500 osób na kilometr kwadratowy. Każda osoba produkuje dziennie 10kg odpadów. Te odpady są wywożone ciężarówkami przez jedną z czterech bram miejskich. Każda ciężarówka wywozi 10 ton odpadów. Oblicz, jak często musi przejeżdżać jedna ciężarówka przez bramę.

Rozwiązanie.

Ilość odpadów wynosi $5000N^2$, więc ilość ciężarówek wynosi $\frac{1}{2}N^2$, ilość ciężarówek przez każdą bramę wynosi $\frac{1}{8}N^2$. □

- Jeśli $N > 30$ to potrzeba ponad 100 ciężarówek przejeżdżających przez bramę.
- To jest rachunek z XIX wieku, gdzie zamiast ciężarówek były dorożki (o ładowności 500kg), gęstość zaludnienia była 100 osób na kilometr kwadratowy. Było ryzyko, że miasto ugrzęźnie w nieczystościach.

- Wysokość budynku a jego wytrzymałość.

Inne takie przykłady

- Wysokość budynku a jego wytrzymałość.
- Wielkość pająka.

Inne takie przykłady

- Wysokość budynku a jego wytrzymałość.
- Wielkość pająka.
- Powierzchnia centrum handlowego a przepustowość wyjazdu.

Inne takie przykłady

- Wysokość budynku a jego wytrzymałość.
- Wielkość pająka.
- Powierzchnia centrum handlowego a przepustowość wyjazdu.
- Przepustowość metra w zależności od wielkości miasta.

Inne takie przykłady

- Wysokość budynku a jego wytrzymałość.
- Wielkość pająka.
- Powierzchnia centrum handlowego a przepustowość wyjazdu.
- Przepustowość metra w zależności od wielkości miasta.
- ...

Inne takie przykłady

- Wysokość budynku a jego wytrzymałość.
- Wielkość pająka.
- Powierzchnia centrum handlowego a przepustowość wyjazdu.
- Przepustowość metra w zależności od wielkości miasta.
- ...
- Wszędzie tam, gdzie się ścierają wielkości różnych rzędów.

- Modele matematyczne są trudne.

Modelowanie ogólnie

- Modele matematyczne są trudne.
- Zrozumienie modelu jest łatwe.

- Modele matematyczne są trudne.
- Zrozumienie modelu jest łatwe.
- Stworzenie modelu wymaga dużych umiejętności.

- Modele matematyczne są trudne.
- Zrozumienie modelu jest łatwe.
- Stworzenie modelu wymaga dużych umiejętności.
- W wielu wypadkach nauka modelowania wymusza powielanie schematów.

- Modele matematyczne są trudne.
- Zrozumienie modelu jest łatwe.
- Stworzenie modelu wymaga dużych umiejętności.
- W wielu wypadkach nauka modelowania wymusza powielanie schematów.
- Przykład: olbrzymie trudności z fizyką. Nawet jeśli nie ma dużego aparatu.

Zadanie

We wsi Pcim są dwa sklepy spożywcze, które sprzedają oranżadę. Miejscowi kupują oranżadę 4000 razy miesięcznie, przyjezdni kupują 6000 razy kupują ją przyjezdni. Oranżada w sklepie może kosztować 2, 4 albo 5 PLN za butelkę, bo lokalne prawo ograniczna wybór ceny.

- Miejscowi zawsze pójdą tam, gdzie taniej, jak cena jest ta sama to podzielą się po połowie.*
- Przyjezdni idą w połowie do jednego sklepu, w połowie do drugiego.*

Zakładamy, że cały przychód ze sprzedaży jest zyskiem, a właściciele kierują się zasadą maksymalnego zysku. Ile kosztuje oranżada w każdym ze sklepów?

Robimy tabelkę opisującą zysk właściciela pierwszego sklepu, w zależności od cen.

| | 2 PLN | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|-------|
| 2 PLN | | | |
| 4 PLN | | | |
| 5 PLN | | | |

Robimy tabelkę opisującą zysk właściciela pierwszego sklepu, w zależności od cen.

| | 2 PLN | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|-------|
| 2 PLN | 10 | | |
| 4 PLN | | | |
| 5 PLN | | | |

Robimy tabelkę opisującą zysk właściciela pierwszego sklepu, w zależności od cen.

| | 2 PLN | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|-------|
| 2 PLN | 10 | 14 | |
| 4 PLN | | | |
| 5 PLN | | | |

Robimy tabelkę opisującą zysk właściciela pierwszego sklepu, w zależności od cen.

| | 2 PLN | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|-------|
| 2 PLN | 10 | 14 | 14 |
| 4 PLN | | | |
| 5 PLN | | | |

Robimy tabelkę opisującą zysk właściciela pierwszego sklepu, w zależności od cen.

| | 2 PLN | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|-------|
| 2 PLN | 10 | 14 | 14 |
| 4 PLN | 12 | | |
| 5 PLN | | | |

Robimy tabelkę opisującą zysk właściciela pierwszego sklepu, w zależności od cen.

| | 2 PLN | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|-------|
| 2 PLN | 10 | 14 | 14 |
| 4 PLN | 12 | 20 | |
| 5 PLN | | | |

Robimy tabelkę opisującą zysk właściciela pierwszego sklepu, w zależności od cen.

| | 2 PLN | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|-------|
| 2 PLN | 10 | 14 | 14 |
| 4 PLN | 12 | 20 | 28 |
| 5 PLN | | | |

Robimy tabelkę opisującą zysk właściciela pierwszego sklepu, w zależności od cen.

| | 2 PLN | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|-------|
| 2 PLN | 10 | 14 | 14 |
| 4 PLN | 12 | 20 | 28 |
| 5 PLN | 15 | | |

Robimy tabelkę opisującą zysk właściciela pierwszego sklepu, w zależności od cen.

| | 2 PLN | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|-------|
| 2 PLN | 10 | 14 | 14 |
| 4 PLN | 12 | 20 | 28 |
| 5 PLN | 15 | 15 | |

Robimy tabelkę opisującą zysk właściciela pierwszego sklepu, w zależności od cen.

| | 2 PLN | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|-------|
| 2 PLN | 10 | 14 | 14 |
| 4 PLN | 12 | 20 | 28 |
| 5 PLN | 15 | 15 | 25 |

Robimy tabelkę opisującą zysk właściciela pierwszego sklepu, w zależności od cen.

| | 2 PLN | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|-------|
| 2 PLN | 10 | 14 | 14 |
| 4 PLN | 12 | 20 | 28 |
| 5 PLN | 15 | 15 | 25 |

Właściciel myśli sobie, że zawsze wybór sprzedaży za 4 PLN jest lepszy niż wybór sprzedaży po 2 PLN.

Robimy tabelkę opisującą zysk właściciela pierwszego sklepu, w zależności od cen.

| | 2 PLN | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|-------|
| 2 PLN | 10 | 14 | 14 |
| 4 PLN | 12 | 20 | 28 |
| 5 PLN | 15 | 15 | 25 |

Właściciel myśli sobie, że zawsze wybór sprzedaży za 4 PLN jest lepszy niż wybór sprzedaży po 2 PLN. **Nie będzie sprzedawał za 2 PLN.**

Ograniczona tabelka

Właściciel drugiego sklepu też nie będzie sprzedawał za 2 PLN. Dostajemy tabelkę możliwości.

| | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|
| 4 PLN | 20 | 28 |
| 5 PLN | 15 | 25 |

Ograniczona tabela

Właściciel drugiego sklepu też nie będzie sprzedawał za 2 PLN. Dostajemy tabelkę możliwości.

| | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|
| 4 PLN | 20 | 28 |
| 5 PLN | 15 | 25 |

Teraz widać, że sprzedaż za 4 PLN daje większy zysk niż za 5 PLN, niezależnie od tego, co zrobi drugi właściciel.

Ograniczona tabela

Właściciel drugiego sklepu też nie będzie sprzedawał za 2 PLN. Dostajemy tabelkę możliwości.

| | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|
| 4 PLN | 20 | 28 |
| 5 PLN | 15 | 25 |

Teraz widać, że sprzedaż za 4 PLN daje większy zysk niż za 5 PLN, niezależnie od tego, co zrobi drugi właściciel.

Odpowiedź.

Oranżada kosztuje 4 PLN w każdym ze sklepów.

Ograniczona tabela

Właściciel drugiego sklepu też nie będzie sprzedawał za 2 PLN. Dostajemy tabelkę możliwości.

| | 4 PLN | 5 PLN |
|-------|-------|-------|
| 4 PLN | 20 | 28 |
| 5 PLN | 15 | 25 |

Teraz widać, że sprzedaż za 4 PLN daje większy zysk niż za 5 PLN, niezależnie od tego, co zrobi drugi właściciel.

Odpowiedź.

Oranżada kosztuje 4 PLN w każdym ze sklepów.

E. Prisner, *Game theory through examples*.

- Zazwyczaj uczone w piątej klasie.

Procenty. Ogólnie.

- Zazwyczaj uczone w piątej klasie.
- W teorii łatwiejsze od ułamków.

Procenty. Ogólnie.

- Zazwyczaj uczone w piątej klasie.
- W teorii łatwiejsze od ułamków.
- Rzecz się rozbija o modele. Od ucznia oczekujemy modelowania.

- Zazwyczaj uczone w piątej klasie.
- W teorii łatwiejsze od ułamków.
- Rzecz się rozbija o modele. Od ucznia oczekujemy modelowania.

Zadanie

Do konserwowania ogórków bierze się ocet 6% i miesza z wodą w stosunku 3 : 1. Jeśli mam ocet 10%, w jakim stosunku mam go zmieszać?

Zadanie

Ile wody należy dodać do 100g czystego kwasu siarkowego, aby uzyskać roztwór o stężeniu 90%?

Zadanie

Ile wody należy dodać do 100g czystego kwasu siarkowego, aby uzyskać roztwór o stężeniu 90%?

Oczywiście 11.1g.

Zadanie

Ile wody należy dodać do 100g czystego kwasu siarkowego, aby uzyskać roztwór o stężeniu 90% ?

Zadanie

W 90g czystego kwasu siarkowego H_2SO_4 rozpuszczono 10g trójtlenku siarki SO_3 . Z jaką ilością wody należy mieszać ów roztwór, aby uzyskać 90% wodny roztwór kwasu siarkowego?

Zadanie

Ile wody należy dodać do $100g$ czystego kwasu siarkowego, aby uzyskać roztwór o stężeniu 90% ?

Zadanie

W $90g$ czystego kwasu siarkowego H_2SO_4 rozpuszczono $10g$ trójtlenku siarki SO_3 . Z jaką ilością wody należy zmieszać ów roztwór, aby uzyskać 90% wodny roztwór kwasu siarkowego?

1 mol $((1 + 1 + 16)g)$ wody reaguje z 1 molem $(32 + 3 * 16 = 80g)$ trójtlenku siarki, tworząc 1 mol kwasu siarkowego. Tak więc po dodaniu $10 \frac{16}{80} = 2g$ wody cały trójtlenek siarki przereaguje do kwasu siarkowego. A zatem dostaniemy $102g$ czystego kwasu siarkowego. Aby uzyskać roztwór 90% potrzeba jeszcze $1/9$ wielkości roztworu. Czyli $11.3g$.

Zadanie

Ile wody należy dodać do 100g czystego kwasu siarkowego, aby uzyskać roztwór o stężeniu 90% ?

Zadanie

W 90g czystego kwasu siarkowego H_2SO_4 rozpuszczono 10g trójtlenku siarki SO_3 . Z jaką ilością wody należy mieszać ów roztwór, aby uzyskać 90% wodny roztwór kwasu siarkowego?

1 mol $((1 + 1 + 16)\text{g})$ wody reaguje z 1 molem $(32 + 3 * 16 = 80\text{g})$ trójtlenku siarki, tworząc 1 mol kwasu siarkowego. Tak więc po dodaniu $10 \frac{16}{80} = 2\text{g}$ wody cały trójtlenek siarki przereaguje do kwasu siarkowego. A zatem dostaniemy 102g czystego kwasu siarkowego. Aby uzyskać roztwór 90% potrzeba jeszcze $1/9$ wielkości roztworu. Czyli 11.3g . Odpowiedź: 13.3g .

Zadanie

Ile wody należy dodać do 100g czystego kwasu siarkowego, aby uzyskać roztwór o stężeniu 90% ?

Zadanie

W 90g czystego kwasu siarkowego H_2SO_4 rozpuszczono 10g trójtlenku siarki SO_3 . Z jaką ilością wody należy zmieszać ów roztwór, aby uzyskać 90% wodny roztwór kwasu siarkowego?

1 mol $((1 + 1 + 16)\text{g})$ wody reaguje z 1 molem $(32 + 3 * 16 = 80\text{g})$ trójtlenku siarki, tworząc 1 mol kwasu siarkowego. Tak więc po dodaniu $10 \frac{16}{80} = 2\text{g}$ wody cały trójtlenek siarki przereaguje do kwasu siarkowego. A zatem dostaniemy 102g czystego kwasu siarkowego. Aby uzyskać roztwór 90% potrzeba jeszcze $1/9$ wielkości roztworu. Czyli 11.3g . Ten roztwór z zadania można traktować jako roztwór kwasu siarkowego o stężeniu około 102% . Ale nie mówmy tego uczniom.

Zadanie

Po powrocie z wakacji Alek ma w domu tylko ser biały tłusty, groch i gorzkie migdały. Zawartość białka, tłuszczu i węglowodanów w 100g każdego z tych produktów prezentuje tabela. Pomóż Alkowi skomponować posiłek, który będzie miał 40g białka, 20g tłuszczu i 30g węglowodanów.

| | <i>Białko</i> | <i>Tłuszcz</i> | <i>Węglowodany</i> |
|----------------|---------------|----------------|--------------------|
| <i>Ser</i> | 17.9 | 9.2 | <i>brak</i> |
| <i>Groch</i> | 23.6 | <i>brak</i> | 60.2 |
| <i>Migdały</i> | 20.0 | 52.0 | 7.6 |

Zadanie

Po powrocie z wakacji Alek ma w domu tylko ser biały tłusty, groch i gorzkie migdały. Zawartość białka, tłuszczu i węglowodanów w 100g każdego z tych produktów prezentuje tabela. Pomóż Alkowi skomponować posiłek, który będzie miał 40g białka, 20g tłuszczu i 30g węglowodanów.

| | Białko | Tłuszcz | Węglowodany |
|---------|--------|---------|-------------|
| Ser | 17.9 | 9.2 | brak |
| Groch | 23.6 | brak | 60.2 |
| Migdały | 20.0 | 52.0 | 7.6 |

To zadanie prowadzi do układu trzech równań. Można je uprościć do dwóch parametrów, albo rozwiązać metodą prób i błędów (jest to pełnoprawna metoda rozwiązywania w szkole podstawowej).

Zadanie

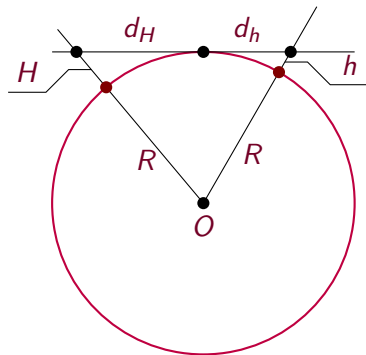
Latarnia morska ma wysokość H nad poziomem morza. Obserwator znajduje się na wysokości h nad poziomem morza. Przyjmując, że promień ziemi wynosi $R = 6300\text{km}$ wyznacz maksymalną widzialność latarni morskiej.

Zadanie

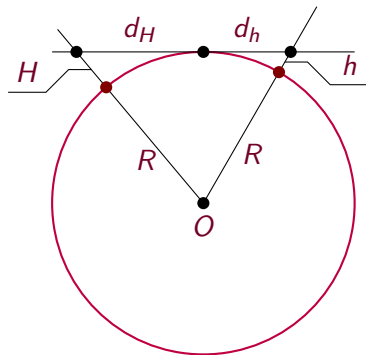
Latarnia morska ma wysokość H nad poziomem morza. Obserwator znajduje się na wysokości h nad poziomem morza. Przyjmując, że promień ziemi wynosi $R = 6300\text{km}$ wyznacz maksymalną widzialność latarni morskiej.

Zadanie prowadzi do wzoru $d[Mm] \sim 2(\sqrt{H} + \sqrt{h})$, gdzie wysokości H i h są podane w metrach. Wzór jest powszechnie używany w nawigacji morskiej.

Rozwiązanie

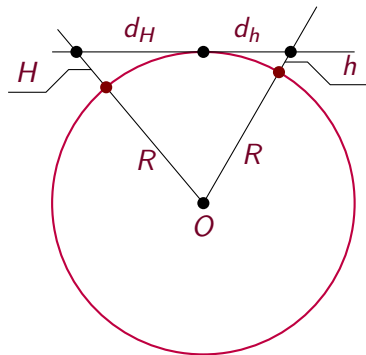


Rozwiązanie



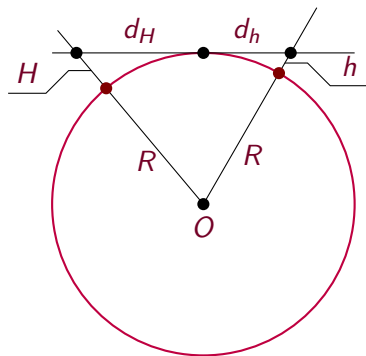
- $(R + H)^2 = R^2 + d_H^2;$

Rozwiązanie



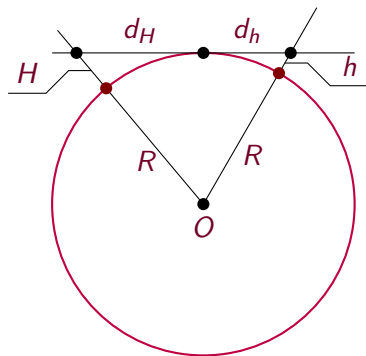
- $(R + H)^2 = R^2 + d_H^2$;
- $d_H = \sqrt{2RH + H^2}$;

Rozwiązanie



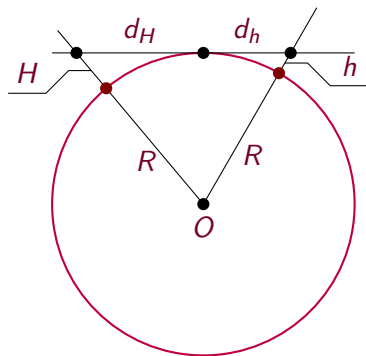
- $(R + H)^2 = R^2 + d_H^2$;
- $d_H = \sqrt{2RH + H^2}$;
- $d_h = \sqrt{2Rh + h^2}$;

Rozwiązanie



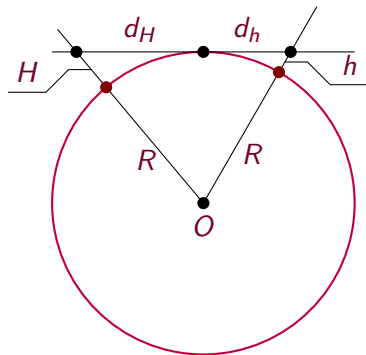
- $(R + H)^2 = R^2 + d_H^2$;
- $d_H = \sqrt{2RH + H^2}$;
- $d_h = \sqrt{2Rh + h^2}$;
- W zastosowaniach
 $H, h \ll R$, czyli $d_H + d_h \sim \sqrt{2R}(\sqrt{H} + \sqrt{h})$;

Rozwiązanie



- $(R + H)^2 = R^2 + d_H^2$;
- $d_H = \sqrt{2RH + H^2}$;
- $d_h = \sqrt{2Rh + h^2}$;
- W zastosowaniach
 $H, h \ll R$, czyli $d_H + d_h \sim \sqrt{2R}(\sqrt{H} + \sqrt{h})$;
- $\sqrt{2R} \sim 3550[m]$. Mila morska ma $\sim 1850m$.
Czyli

Rozwiązanie



- $(R + H)^2 = R^2 + d_H^2$;
- $d_H = \sqrt{2RH + H^2}$;
- $d_h = \sqrt{2Rh + h^2}$;
- W zastosowaniach
 $H, h \ll R$, czyli $d_H + d_h \sim \sqrt{2R}(\sqrt{H} + \sqrt{h})$;
- $\sqrt{2R} \sim 3550[m]$. Mila morska ma $\sim 1850m$.
Czyli
- $d_H + d_h \sim 1.92(\sqrt{H} + \sqrt{h})[Mm]$.

Zadanie

Latarnia morska Rozewie ma światło na wysokości 83m . Z jakiej odległości przy dobrej widoczności powietrze dostrzeże światło żeglarz na jachcie, jeśli jest na wysokości 2m ? Z jakiej odległości zobaczy światło załoga statku na pokładzie wysokości 20m ?

Zadanie

Latarnia morska Rozewie ma światło na wysokości $83m$. Z jakiej odległości przy dobrej widoczności powietrze dostrzeże światło żeglarz na jachcie, jeśli jest na wysokości $2m$? Z jakiej odległości zobaczy światło załoga statku na pokładzie wysokości $20m$?

Odpowiedź: odpowiednio $21[Mm]$ i $27[Mm]$.

- Zaczyna się w ósmej klasie.

- Zaczyna się w ósmej klasie.
- Wiąże się z częstością zdarzeń.

- Zaczyna się w ósmej klasie.
- Wiąże się z częstością zdarzeń.

Zadanie

Mój kolega ma dwójkę dzieci. Przychodzę do niego, drzwi otwiera chłopiec. Jakie jest prawdopodobieństwo, że drugim dzieckiem jest dziewczynka? Zakładamy, że chłopcy rodzą się tak samo często jak dziewczynki.

- Zaczyna się w ósmej klasie.
- Wiąże się z częstością zdarzeń.

Zadanie

Mój kolega ma dwójkę dzieci. Przychodzę do niego, drzwi otwiera chłopiec. Jakie jest prawdopodobieństwo, że drugim dzieckiem jest dziewczynka? Zakładamy, że chłopcy rodzą się tak samo często jak dziewczynki.

Odpowiedź nie jest $1/2$!

- Zaczyna się w ósmej klasie.
- Wiąże się z częstością zdarzeń.

Zadanie

Mój kolega ma dwójkę dzieci. Przychodzę do niego, drzwi otwiera chłopiec. Jakie jest prawdopodobieństwo, że drugim dzieckiem jest dziewczynka? Zakładamy, że chłopcy rodzą się tak samo często jak dziewczynki.

Odpowiedzią nie jest $1/2$! Odpowiedź. $2/3$.

- Zaczyna się w ósmej klasie.
- Wiąże się z częstością zdarzeń.

Zadanie

Mój kolega ma dwójkę dzieci. Przychodzę do niego, drzwi otwiera chłopiec. Jakie jest prawdopodobieństwo, że drugim dzieckiem jest dziewczynka? Zakładamy, że chłopcy rodzą się tak samo często jak dziewczynki.

Odpowiedź. $2/3$.

To zadanie pokazuje skalę trudności pojęcia prawdopodobieństwa.

Zadanie

Dwoje rodziców o ciemnych włosach ma pierwsze dziecko, które jest blondynem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że drugie dziecko będzie miało jasne włosy?

Zadanie

Dwoje rodziców o ciemnych włosach ma pierwsze dziecko, które jest blondynem. Jakie jest prawdopodobieństwo, że drugie dziecko będzie miało jasne włosy?

Gen opisujący ciemne włosy jest dominujący: gdyby był recesywny każdy z rodziców o ciemnych włosach miałby po dwa allele recesywne i wtedy wszystkie ich dzieci miałyby ciemne włosy. Jeśli urodziło się dziecko z jasnymi włosami, każde z rodziców ma allel dominujący i allel recesywny. Dziecko będzie miało jasne włosy, gdy po obojgu rodzicach odziedziczy gen recesywny. Na to jest szansa $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$, na ciemne włosy ma więc **75%** szans.

Definicja

Funkcją nazywamy przyporządkowanie każdemu elementowi ze zbioru X (co najwyżej) jednego elementu ze zbioru Y .

Definicja

Funkcją nazywamy przyporządkowanie każdemu elementowi ze zbioru X (co najwyżej) jednego elementu ze zbioru Y .

- Powyższa definicja ma wszystkie trzy cechy szkolnej definicji:

Definicja

Funkcją nazywamy przyporządkowanie każdemu elementowi ze zbioru X (co najwyżej) jednego elementu ze zbioru Y .

- Powyższa definicja ma wszystkie trzy cechy szkolnej definicji:
- nieprzydatna;

Definicja

Funkcją nazywamy przyporządkowanie każdemu elementowi ze zbioru X (co najwyżej) jednego elementu ze zbioru Y .

- Powyższa definicja ma wszystkie trzy cechy szkolnej definicji:
- nieprzydatna;
- niezrozumiała;

Definicja

Funkcją nazywamy przyporządkowanie każdemu elementowi ze zbioru X (co najwyżej) jednego elementu ze zbioru Y .

- Powyższa definicja ma wszystkie trzy cechy szkolnej definicji:
- nieprzydatna;
- niezrozumiała;
- błędna.

Definicja

Funkcją nazywamy przyporządkowanie każdemu elementowi ze zbioru X (co najwyżej) jednego elementu ze zbioru Y .

- Powyższa definicja ma wszystkie trzy cechy szkolnej definicji:
- nieprzydatna;
- niezrozumiała;
- błędna.
- Błąd polega na zastąpieniu słowa „funkcja” słowem „przyporządkowanie”, które nie jest zdefiniowane a nie jest pojęciem pierwotnym.

- Od czwartej klasy praca z wykresami.

- Od czwartej klasy praca z wykresami.
- Szeroka korelacja przedmiotowa: wykorzystanie umiejętności nabytych na lekcji matematyki, albo nabywanie umiejętności matematycznych przy nauce innych przedmiotów.

- Od czwartej klasy praca z wykresami.
- Szeroka korelacja przedmiotowa: wykorzystanie umiejętności nabytych na lekcji matematyki, albo nabywanie umiejętności matematycznych przy nauce innych przedmiotów.
 - meteorogramy (geografia);

- Od czwartej klasy praca z wykresami.
- Szeroka korelacja przedmiotowa: wykorzystanie umiejętności nabytych na lekcji matematyki, albo nabywanie umiejętności matematycznych przy nauce innych przedmiotów.
 - meteorogramy (geografia);
 - rozpuszczalność w zależności od temperatury (chemia);

- Od czwartej klasy praca z wykresami.
- Szeroka korelacja przedmiotowa: wykorzystanie umiejętności nabytych na lekcji matematyki, albo nabywanie umiejętności matematycznych przy nauce innych przedmiotów.
 - meteorogramy (geografia);
 - rozpuszczalność w zależności od temperatury (chemia);
 - rozpad leku w ciele człowieka (jest logarytmiczny, uczymy się o tym w liceum, ale wykres można oglądać w SP);

- Od czwartej klasy praca z wykresami.
- Szeroka korelacja przedmiotowa: wykorzystanie umiejętności nabytych na lekcji matematyki, albo nabywanie umiejętności matematycznych przy nauce innych przedmiotów.
 - meteorogramy (geografia);
 - rozpuszczalność w zależności od temperatury (chemia);
 - rozpad leku w ciele człowieka (jest logarytmiczny, uczymy się o tym w liceum, ale wykres można oglądać w SP);
 - temperatura wrzenia w zależności od ciśnienia: czas gotowania w zależności od wysokości npm;

- Od czwartej klasy praca z wykresami.
- Szeroka korelacja przedmiotowa: wykorzystanie umiejętności nabytych na lekcji matematyki, albo nabywanie umiejętności matematycznych przy nauce innych przedmiotów.
 - meteorogramy (geografia);
 - rozpuszczalność w zależności od temperatury (chemia);
 - rozpad leku w ciele człowieka (jest logarytmiczny, uczymy się o tym w liceum, ale wykres można oglądać w SP);
 - temperatura wrzenia w zależności od ciśnienia: czas gotowania w zależności od wysokości npm;
 -

- Od czwartej klasy praca z wykresami.
- Szeroka korelacja przedmiotowa: wykorzystanie umiejętności nabytych na lekcji matematyki, albo nabywanie umiejętności matematycznych przy nauce innych przedmiotów.
 - meteorogramy (geografia);
 - rozpuszczalność w zależności od temperatury (chemia);
 - rozpad leku w ciele człowieka (jest logarytmiczny, uczyliśmy się o tym w liceum, ale wykres można oglądać w SP);
 - temperatura wrzenia w zależności od ciśnienia: czas gotowania w zależności od wysokości npm;
 -
- Uczyliśmy o wykresach funkcji a nie o samych funkcjach.

- Operowanie danymi jest potrzebne w wielu dziedzinach. Tylko potrzeba wysiłku aby zastosować.

- Operowanie danymi jest potrzebne w wielu dziedzinach. Tylko potrzeba wysiłku aby zastosować.
- Standardowe nauczanie na abstrakcyjnych danych zabija statystykę.

- Operowanie danymi jest potrzebne w wielu dziedzinach. Tylko potrzeba wysiłku aby zastosować.
- Standardowe nauczanie na abstrakcyjnych danych zabija statystykę.
- Potrzeba wielu przykładów.
 - Zabawa w detektywa, kto napisał dany tekst?
 - Dane klimatyczne: obliczyć średnią maksymalną temperaturę w danym miesiącu.
 - Obliczyć średnią temperaturę w ciągu dnia biorąc jako przybliżenie temperatury o pełnych godzinach, co 2 godziny itd.
 - Porównanie statystyk. Czy Messi jest lepszy niż Ronaldo (ile goli strzelili, kto ma lepszą średnią na mecz w LM, w lidze, w reprezentacji?)

Co to jest podstawa programowa?

Co to jest podstawa programowa?

- Cele ogólne. Pisane skomplikowanym językiem.

Co to jest podstawa programowa?

- Cele ogólne. Pisane skomplikowanym językiem.
- Warunki realizacji. Już nie „zalecane warunki”.

Co to jest podstawa programowa?

- Cele ogólne. Pisane skomplikowanym językiem.
- Warunki realizacji. Już nie „zalecane warunki”.
- Treści kształcenia.

Co to jest podstawa programowa?

- Cele ogólne. Pisane skomplikowanym językiem.
- Warunki realizacji. Już nie „zalecane warunki”.
- Treści kształcenia.
 - Konieczność cięć.

Co to jest podstawa programowa?

- Cele ogólne. Pisane skomplikowanym językiem.
- Warunki realizacji. Już nie „zalecane warunki”.
- Treści kształcenia.
 - Konieczność cięć.
 - Utrudnienia na początek w klasie VII.

Co to jest podstawa programowa?

- Cele ogólne. Pisane skomplikowanym językiem.
- Warunki realizacji. Już nie „zalecane warunki”.
- Treści kształcenia.
 - Konieczność cięć.
 - Utrudnienia na początek w klasie VII.
 - Konieczność doprecyzowania.

Co to jest podstawa programowa?

- Cele ogólne. Pisane skomplikowanym językiem.
- Warunki realizacji. Już nie „zalecane warunki”.
- Treści kształcenia.
 - Konieczność cięć.
 - Utrudnienia na początek w klasie VII.
 - Konieczność doprecyzowania.
 - Patrzenie, jak można przeinaczyć tekst.